

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Centre Universitaire Abdelhafid Boussouf - Mila
Institut des Sciences et de Technologie
Département de Sciences et Technologie



N° Réf :

Projet de Fin d'Etude préparé En vue de l'obtention du diplôme
de MASTER
Spécialité: Electromécanique

Analyse des signaux vibratoires : Application à la détection des défauts des machines

Réalisé par :

- **HAMMADI Nada**
- **LEHCHILLI Khawla**

Soutenu devant le jury :

M. H. GUENTERI
M. D. YESSAD
Mme Farida MEDJANI

Président
Examineur
Promoteur

Année universitaire : 2020/2021

Remerciements

Tout d'abord, nous offrons nos grands remerciements et notre gratitude à dieu pour m'avoir accordé la force, la volonté et la patience d'accomplir ce travail.

*Nous tenons à exprimer nos sincères remerciements à notre promoteur Madame **Farida MEDJANI** pour m'avoir proposé ce sujet et pour sa disponibilité dans le suivi de ce travail et pour ses précieux conseils et orientations, sa confiance et sa patience.*

*Nous adressons également nos grands remerciements et notre respect à Mr le professeur **Tahar KEZAI** président de Innovation Academy Mila, qui a eu un grand mérite pour succès de ce travail tout au long de ce projet de maîtrise.*

Que monsieur le président et les membres du jury trouvent ici l'expression de ma gratitude et de mon respect pour m'avoir fait l'honneur d'examiner ce travail.

Nos remerciements vont également à tous mes enseignants, les responsables et personnel du département d'électromécanique et mécanique.

Un remerciement spécial aux nos collègues de la promotion Master d'électromécanique 2020-2021 et tous les membres de Innovation Academy Mila.

Nous tenons aussi à remercier tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce modeste travail.

NADA et KHAWLA

Résumé :

L'analyse des signaux vibratoire est une méthode de maintenance prédictive conditionnel pour la détection des défauts et suivi des machines tournantes.

Ce travail est basé sur l'étude de divers défauts mécaniques auxquels les machines tournantes peuvent être exposées. Ces défauts sont détectés en appliquant des techniques de traitement du signal qui sont la solution efficace au problème des défauts.

Le but de cette étude est de simuler l'algorithme de Fourier rapide en langage Python pour calculer la transformée de Fourier discrète et obtenir le spectre du signal qui nous permet d'extraire les caractéristiques de chaque défaut.

Mots clés : machines tournantes, défauts, Transformée de Fourier discrète et rapide.

ملخص:

تحليل إشارة الإهتزاز هو طريقة صيانة تنبؤية مشروطة للكشف عن الأعطاب ومراقبة الآلات الدوارة.

يقوم هذا العمل على دراسة العيوب الميكانيكية المختلفة التي قد تتعرض لها الآلات الدوارة، ويتم الكشف عن هذه الأعطاب من خلال تطبيق تقنيات معالجة الإشارات التي تعتبر الحل الفعال لمشكلة الأعطال.

الهدف من هذه الدراسة هو محاكاة خوارزمية فورييه السريع بلغة البايثون لحساب تحويل فورييه المنفصل والتحصل على طيف الإشارة الذي يمكننا من إستخراج الخصائص المميزة لكل عطل .

الكلمات المفتاحية: الآلات الدوارة, الأعطاب, تحويل فورييه المنفصل والسريع

Abstract

Vibration signal analysis is a conditional predictive maintenance method for defect detection machinery.

This work is based on the study of various mechanical faults to which rotating machines may be exposed. These faults are detected by applying signal processing techniques which are the effective solution to the fault problem.

The goal of this study is to simulate the fast Fourier algorithm in Python language to calculate the discrete Fourier transform and obtain the signal spectrum that enables us to extract the characteristic features of each fault.

Key words: rotating machines, faults, discrete and fast Fourier transform.

SOMMAIRE**Remerciements****Résumé****Liste des Abréviations****Liste des Tableaux****Liste des Figures****Introduction générale..... 1****Chapitre I. Les machines tournantes et leurs défauts.****I.1. Introduction 3****I.2. Les machines tournantes..... 3**

I.2.1. Le rotor : 4

I.2.2. La structure : 4

I.2.3. Les liaisons 5

I.3. Classification des machines tournantes 5

I.3.1. En fonction du nombre (n) de liaisons..... 5

I.3.2. Classification selon l'état (rigide ou flexible) 6

I.4. Notion sur la maintenance 6**I.5. L'analyse vibratoire 8****I.6. Vibration mécanique 9**

I.6.1. Définition d'une vibration 9

I.6.2. Caractéristiques d'une vibration 9

I.6.2.1. Amplitude A 9

I.6.2.2. Période T 10

I.6.2.3. Fréquence f 10

I.6.3.	Type des signaux vibratoire.....	11
I.6.3.1.	Vibration harmonique :.....	11
I.6.3.2.	Vibration périodique :.....	12
I.6.3.3.	Vibration apériodique :.....	13
I.6.4.	Les grandeurs de mesure :.....	13
I.6.4.1.	Déplacement vibratoire $S(t)$:.....	13
I.6.4.2.	Vitesse vibratoire $V(t)$:.....	13
I.6.4.3.	Accélération vibratoire $A(t)$:.....	14
I.7.	Principaux défauts et leurs signatures vibratoires.....	14
I.7.1.	Défaut de Balourd : déséquilibre :.....	14
I.7.1.1.	Balourd statique :.....	15
I.7.1.2.	Balourd de couple :.....	16
I.7.1.3.	Balourd dynamique.....	16
I.7.2.	Défaut de Désalignement.....	17
I.7.2.1.	Désalignement parallèle (radial) :.....	17
I.7.2.2.	Désalignement angulaire.....	17
I.7.3.	Défauts de serrage.....	19
I.7.4.	Défauts de transmission par courroies.....	20
I.7.5.	Défauts des roulements.....	21
I.7.5.1.	Signatures vibratoires des principaux défauts des roulements.....	22
(a)	Défaut de type écaillage affectant la bague externe.....	22
(b)	Défaut de type écaillage affectant la bague interne.....	23
(c)	Défaut de type écaillage sur un élément roulant.....	23
(d)	Défauts de type déversement de bague.....	24
(e)	Remarque.....	24
I.7.6.	Les défauts des engrenages.....	24
I.8.	Conclusion.....	27

Chapitre II. Traitement numérique de signal et l'analyse de Fourier

II.1. Introduction	28
II.2. Le traitement de signal	28
II.2.1. Définitions	28
II.2.1.1. Le signal	28
II.2.1.2. Le bruit	28
II.2.1.3. La théorie du signal	29
II.2.1.4. Le traitement des signaux.....	29
II.2.2. Classification des signaux	30
II.2.2.1. Représentation temporelle des signaux	30
II.2.2.2. Classification énergétique	31
II.2.3. Classification spectrale	32
II.2.4. Classification morphologique	32
II.3 Numérisation du signal	33
II.3.1. L'échantillonnage	34
II.3.2. Quantification	35
II.3.3. Codage	36
II.4. Chaîne d'acquisition	36
II.4.1. Structure d'une Chaîne de mesure et acquisition de données	37
II.5. Représentation fréquentielle du signal	38
II.6. Transformée de Fourier	39
II.7. Passage de la TF à TFD	39
II.8. Transformation de Fourier Discrète (TFD)	39
II.8.1. Mise en forme de la TFD	41

II.9. Transformée de Fourier Rapide (FFT)	43
II.9.1. FFT avec entrelacement temporel	44
II.9.2. Mise en œuvre de l'algorithme	48
II.9.3. FFT avec entrelacement fréquentiel	49
II.10. Conclusion	50

Chapitre III.L'analyse par FFT

III.1. Introduction	51
III.2. MPU-6050 Accelerometer + Gyro	51
III.2.1. Le gyroscope.....	52
III.2.2. L'accéléromètre.....	52
III.2.3. Brochage MPU-6050	53
III.3. Protocole de communication de bus i2c	53
III.4. Programme de L'acquisition des donnés	60
III.5. L'algorithme de transformation de Fourier rapide(FFT)	62
III.6. Conclusion	66
Conclusion générale	67
Références bibliographiques	

Liste des abréviations

AFNOR	Association française de normalisation
ISO	Organisation internationale de normalisation
RMS	Root Mean Squar
DSP	Digital Signal Processor
CAN	Convertisseur Analogique Numérique
CNA	Convertisseur Numérique Analogique
TF	Transformée de Fourier
TFD	Transformation de Fourier Discrète
FFT	Fast Fourier Transform
TFR	Transformée de Fourier Rapide
MPU	Memory Protection Unit
MEMS	Micro-Mechanical Systems
I²C	Inter-Integrated Circuit
SDA	Serial Data Line
SCL	Serial Clock Line

Liste des tableaux

Tableau II.1 : Passage de l'ordre naturel des bits à l'ordre des bits inversés.....48

Tableau III.1 : Brochage du module de capteur MPU-6050.53

Tableau III.2 : Temps et vitesses de transmission.....55

Liste des Figures**CHAPITRE I**

Figure I.1 : Elément générale des Machine.	4
Figure I.2 : Elément de roulement –montage de roulement avec un élément amortisseur.	5
Figure I.3 : Les différentes formes de maintenance.	7
Figure I.4 : Représentation des différentes amplitudes (vibration sinusoïdale).....	10
Figure I.5 : Vibration harmonique.....	11
Figure I.6 : Vibration périodique.....	12
Figure I.7 : Vibration apériodique.....	13
Figure I.8 : Grandeurs associées à l’amplitude d’une vibration.....	14
Figure I.9 : Balourd dû à la tolérance d’usinage sur le rotor.....	14
Figure I.10 : Signature vibratoire du balourd.....	15
Figure I.11 : balourd statique	16
Figure I.12 : balourd de couple.	16
Figure I.13 : balourd dynamique	16
Figure I.14 : Image vibratoire d’un défaut d’alignement radial.....	17
Figure I.15 : Images vibratoires d’un défaut d’alignement angulaire.	18
Figure I.16 : Défauts d’alignement d’arbres	18
Figure I.17 : Désalignement de paliers se traduisant par une flexion de l’arbre.....	19
Figure I.18 : Défaut d’usure d’accouplement.	19
Figure I.19 : Défaut de courroie.....	20
Figure I.20 : direction de mesure favorisée pour transmission par poulies courroies.....	20
Figure I.21 : défaut de courroie	21
Figure I.22 : Caractéristiques géométriques d’un roulement	21
Figure I.23 : Image vibratoire théorique d’un défaut de type écaillage sur bague extérieure..	23
Figure I.24 : Image vibratoires théorique d’un défaut de type écaillage sur bague intérieure	23

Figure I.25: Image vibratoires théorique d'un défaut de type écaillage sur un élément roulant.	23
Figure I.26: Défaut de déversement	24
Figure I.27: Image vibratoire théorique des bagues d'un roulement d'un défaut de type déversement de bague.	24
Figure I.28: Différents types d'engrenage.	25
Figure I.29: Image vibratoire d'un engrenage sain.	25
Figure I.30: image vibratoire théorique d'un engrenage présentant une dent détériorée.	26
Figure I.31: Image vibratoire théorique d'une denture	26

CHAPITRE II

Figure II.1: Classification des signaux observés dans le domaine temporel.	30
Figure II.2: Distribution spectrale d'un signal avec la largeur de bande.	32
Figure II.3: Classification morphologique des signaux.	33
Figure II.4: Convertisseur A/N.	34
Figure II.5: Echantillonnage d'un signal $s(t)$.	34
Figure II.6: Exemple d'un échantillonnage parfait.	35
Figure II.7: Exemple d'un mauvais échantillonnage (recouvrement).	35
Figure II.8: Codage sur 3 bits et 4 bits.	36
Figure II.9: Structure d'une Chaîne de mesure et acquisition de données.	37
Figure II.10: Structure de la chaîne de restitution.	37
Figure II.11: Acquisition numérique d'un signal analogique.	40
Figure II.12: Affixes des coefficients de la TFD	42
Figure II.13: structure papillon.	46
Figure II.14: Papillon d'une TFD à 2 points	46
Figure II.15: Décomposition d'une TFD d'ordre 8 en 2 TFD d'ordre 4	47
Figure II.16: Décomposition d'une TFD d'ordre 8 en 4 TFD d'ordre 2.	47
Figure II.17: Transformée d'ordre 8 avec entrelacement temporel.	48

Figure II.18: Démarche de l'algorithme de classement.....49

Figure II.19: Transformée d'ordre 8 avec entrelacement fréquentiel.50

CHAPITRE III

Figure III.1: Présentation du capteur accéléromètre gyroscope MPU-6050.51

Figure III.2: l'évolution de la position angulaire de gyroscope.52

Figure III.3: Les échanges entre un seul maître et un (ou tous les) esclave(s).54

Figure III.4: signal de codage des bite.54

Figure III.5: le message enter maître ↔ esclave.56

Figure III.6: Signal de START.56

Figure III.7: adressage de 10bit.58

Figure III.8: Adressage à la suite de l'émission.58

Figure III.9: Signal d'ACK et NACK.....58

Figure III.10: Signal de pause.....59

Figure III.11: Signal de restart.....59

Figure III.12: le signal de stop.....60

Figure III.13: Construction du signal continue.....64

Figure III.14: Spectre du signal donné par l'algorithme FFT66

Introduction générale

Introduction générale

Les machines tournantes jouent un rôle vital dans la production, Pour éviter des arrêts de production et aussi pour générer des bénéfices en temps et en argent, le processus de diagnostic et de détection précoce est devenu un impératif. Pour cela, nous avons réalisé notre projet qui vise : L'analyse des signaux vibratoires : Application à la détection des défauts des machines tournantes.

L'analyse vibratoire est une des méthode les plus utilisé en maintenance prédictive conditionnel pour le suivi des machines tournantes, et parce que les vibrations sont porteuses d'informations caractéristiques de l'état des machines donc l'analyse de ces vibrations qu'il est possible de détecter les composants défectueux et éventuellement de les localiser ,alors l'analyse vibratoire permettra de mettre en évidence un grand nombre de problèmes entraînant une diminution de la durée de vie des éléments de la machine.

Toute machine tournante (machines-outils, nucléaire, l'industrie pétrolière, turbines, turbocompresseurs, etc....) comprenne des organes en rotation (arbres, roulements, engrenages et courroies notamment) qui sont soumis à des rudes contraintes mécaniques et à des environnements industriels hostiles. Ces machines tournantes vibrent en raison de sources multiples de mouvements ou de défauts tels que : un balourd, un désalignement, un défaut de roulement, un écaillage de dents d'engrenage, etc...

L'objectif de ce travail est de simuler l'algorithme de Fourier rapide afin de détecter les défauts mécaniques de la machine tournante. Ces défauts sont diagnostiqués en appliquant des techniques de traitement du signal

Notre mémoire est structuré en trois chapitres répartis comme suit :

Nous consacrons le premier chapitre aux rappels sur les machines tournantes, définition, composition et les différents défauts qui se produisent sur les machines tournantes. De plus des notions sur la maintenance et des généralités sur l'analyse vibratoire seront décrit.

Dans le deuxième chapitre, nous donnons des notions théoriques sur les signaux et traitement numériques de signal. Nous présentons la méthode de transformé de Fourier pour le traitement des signaux vibratoire et l'analyse par l'algorithme FFT.

Dans le dernier chapitre nous développons notre programme pour la FFT en Python, pour la détection des défauts des machines tournantes

Nous achevons notre étude par conclusion générale en mettant en valeur les résultats trouvés et les buts atteints.

Chapitre I.
Les machines
tournantes et leurs
défauts.

I.1. Introduction

Les machines que l'on dit tournantes (Turbines, pompes, moteurs, compresseurs, alternateurs, centrifugeuses, ventilateurs...) ont des points communs ; elles comprennent des organes en rotation et sont composés des pièces fragiles (roulements, engrenages etc...) soumis à des contraintes mécaniques importantes et à des environnements industriels difficiles ; et toutes les machines, et particulièrement les machines tournantes, vibrent et l'image vibratoire de leurs vibrations a un profil très particulier lorsqu'elles sont en état de bon fonctionnement.

Toute modification de comportement vibratoire constitue souvent la première manifestation physique d'une anomalie affectant la machine, cause potentielle à terme de dégradations, voire de pannes. Cette particularité fait de l'analyse des vibrations un outil d'investigation indispensable à l'assise d'une maintenance moderne.

Ce chapitre donne une explication générale sur les machines tournantes (les paramètres et l'état des machines), les principaux défauts des machines ; Le but est de connaître l'image vibratoire de chaque défaut et de s'en servir comme référence pour détecter le type de dysfonctionnement qui pouvant affecter la machine.

I.2. Les machines tournantes

Une machine est un ensemble des pièces mécaniques, hydrauliques ou électriques concourant à exercer une ou plusieurs fonctions données et, en particulier, l'application d'une force modulée ou non, destinée à vaincre une résistance ou à assurer un mouvement avec ou sans transmission de force. [1]

Les machines tournantes sont des systèmes dans lesquels peut se distinguer :

- Un rotor.
- Une structure.
- Des liaisons.

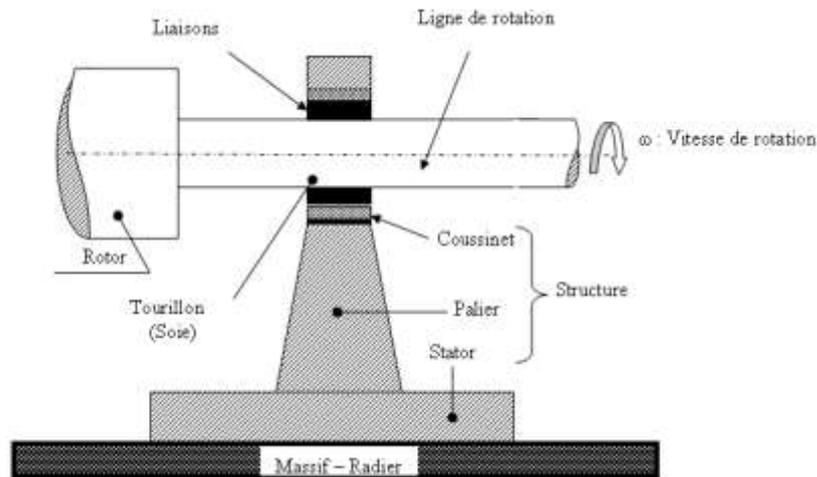


Figure I.1 : Élément générale des Machine. [1]

I.2.1. Le rotor :

Est une structure dont les éléments tournent autour d'une ligne de rotation définie en fonction de l'état mécanique de ce dernier, en général distincte d'un axe (ligne droite). Le rotor fabriqué avec plusieurs matériaux (acier, cuivre, bois, plastique...) réalise une fonction bien définie (manipulation fluide, de solide, parcours dans un champ électromagnétique, ...etc.).

I.2.2. La structure :

La structure non rotative comprend les éléments essentiels suivants :

- **Les coussinets** : ils sont de faible dimension au droit des tourillons des rotors. Des bagues peuvent être substituées aux coussinets (roulements).
- **Les paliers** : relient les coussinets (bagues) au stator
- **Le stator** : (enveloppe de la machine) : il contient les éléments essentiels, à savoir les circuits magnétiques dans les machines électriques, les ailettes pour les turbomachines.
- **Le massif** : il peut prendre des formes beaucoup plus variées que celles des systèmes terrestres dont les massifs sont liés au radier.
- **Le radier** : c'est un élément spécifique au système. Il assure la liaison entre le massif et le sol et a pour mission de diminuer les pressions exercées au sol dans des limites acceptables. C'est par lui que les séismes perturbent les machines tournantes

I.2.3. Les liaisons

Le rotor est lié à la structure non rotative par des liaisons qui assurent le guidage des rotors. Les liaisons sont classées dans trois ensembles : à fluide, à roulements, magnétique.

- **Les liaisons fluides** : ce sont les paliers lisses, en fait c'est l'huile de lubrification qui constitue la liaison entre le rotor et le coussinet. Pendant le fonctionnement, des rotors montés sur des paliers lisses, c'est à l'huile de lubrification (de grande viscosité) d'apporter plus d'amortissement indispensable au fonctionnement tranquille des machines tournantes.
- **Les liaisons à roulements** : la bague intérieure est montée sur le rotor et la bague extérieure dans le palier, la liaison s'organise par un épilâmes entre les billes et les bagues comme montré dans la figure I.2

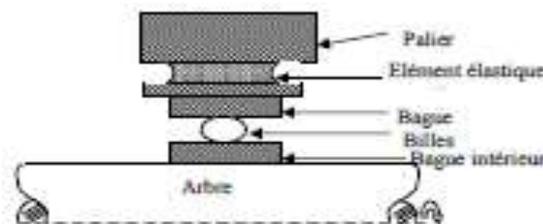


Figure I.2 : Élément de roulement –montage de roulement avec un élément amortisseur. [1]

- **les liaisons magnétiques** : sont utilisées dans les machines-outils, les machines des satellites, celles de la médecine, les volants d'inertie embarqués pour la restitution d'énergie

I.3. Classification des machines tournantes

Les machines tournantes peuvent être classées selon plusieurs critères à savoir :

- En fonction du nombre (n) de liaisons.
- En fonction de leur état rigide ou flexible.

I.3.1. En fonction du nombre (n) de liaisons

Les liaisons disposées dans les paliers guident le rotor par rapport au stator avec deux liaisons, les forces moyennes (statiques) applique sur chacune d'elles sont déterminées à partir des forces appliquées sur le rotor dans une direction donnée par rapport à l'axe qui joint le centre des liaisons, cette configuration est dite isostatique. Si le nombre de liaison est

supérieur à deux, les forces appliquées sur les liaisons dépendent des impédances au droit des liaisons, cette configuration est dite hyperstatique.

I.3.2. Classification selon l'état (rigide ou flexible)

Les matériaux qui constituent les rotors étant doués de masse et élasticité, les rotors se déforment sous l'action des forces centrifuges dues aux balourds et à la vitesse de rotation.

Cependant lorsque les déformations sont faibles, il est possible de considérer le rotor en état rigide, tout état non-rigide est dite flexible.

I.4. Notion sur la maintenance

Selon la norme NF X 60-010 (AFNOR90b) « la maintenance est définie comme étant l'ensemble des actions permettant de maintenir ou de rétablir un bien dans un état spécifié ou en mesure d'assurer un service déterminé [2]. Bien maintenir, c'est assurer l'ensemble de ces opérations au coût optimal. »

Donc la définition de la maintenance fait donc apparaître 4 notions :

- **Maintenir** qui suppose un suivi et une surveillance.
- **Rétablir** qui sous-entend l'idée d'une correction de défaut.
- **Etat spécifié** et **service déterminé** qui précise le niveau de compétences et les objectifs attendus de la maintenance.
- **Coût optimal** qui conditionne l'ensemble des opérations dans un souci d'efficacité économique

En effet, aussi bien pour des raisons de sécurité que pour des raisons de rentabilité, les activités de maintenance sont essentielles pour la pérennité des machines industrielles. Elles permettent une diminution des coûts de production et l'amélioration de la qualité des produits. Il est possible de distinguer trois stratégies de maintenance, comme le montre la figure I.3 :

- la maintenance corrective correspondant à une action effectuée après la panne.
- la maintenance préventive systématique effectuée selon un échéancier fixé sur la base du minimum de durée de vie des composants mécaniques.
- la maintenance préventive conditionnelle subordonnée à un type d'événement prédéterminé.

Cette politique étant propre à chaque entreprise, elle doit tenir compte de la complémentarité des méthodes correctives et préventives. Les paramètres dont il faut tenir compte pour l'élaboration de cette politique sont d'ordre économique et humain.

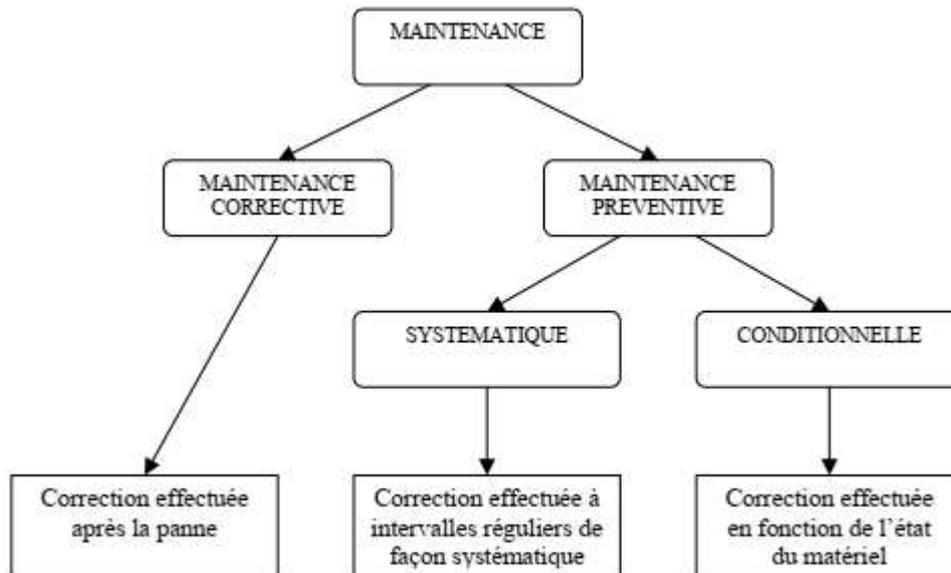


Figure I.3 : Les différentes formes de maintenance.

Le principe de la maintenance conditionnelle consiste à estimer l'état des composants mécaniques en effectuant différents types de mesure. La nature de ces mesures dépend de la machine à suivre. Cela peut être des mesures de vibration, des analyses d'huile, des thermographies infrarouges. Etc.

Lorsque le seuil admissible de ces défauts est dépassé, il devient nécessaire de programmer l'arrêt de la machine. Ceci doit être fait en perturbant au minimum le cycle de production, c'est-à-dire entre deux séries ou lors d'un arrêt programmé. [3]

Ce type de maintenance se caractérise par :

- l'emplacement et le nombre de points de mesure
- la collecte et le traitement des informations
- la nécessité d'obtenir un diagnostic précis
- un investissement important

I.5. L'analyse vibratoire

Parmi les méthodes utilisées en maintenance conditionnelle l'analyse vibratoire est une des plus utilisée pour le suivi des machines tournantes. En effet, un ensemble de pièces en mouvement, quel que soit la forme de la structure porteuse, génère des vibrations, et ce, même si les machines analysées sont en bon état de fonctionnement.

Les vibrations recueillies lors des campagnes de mesures sont porteuses d'informations qui caractérisent l'état de fonctionnement de certains composants mécaniques constituant la machine analysée. C'est grâce à l'analyse de ces vibrations qu'il est possible de détecter les composants défectueux et éventuellement de les localiser. Lorsqu'un certain seuil (correspondant à un niveau de vibration limite) fixé est atteint, il est possible d'estimer la durée de vie résiduelle du composant dans les conditions de fonctionnement données à partir de la connaissance de lois d'endommagement. [4]

Il existe différents outils d'analyse vibratoire permettant de détecter et de diagnostiquer l'apparition des défauts dans les machines tournantes. Elles sont généralement classées en deux grandes familles.

- **Les méthodes temporelles** : basées sur l'analyse statistique du signal recueilli, elles s'appliquent à des machines simples et consistent à effectuer des mesures de vitesse dans des gammes de fréquences faibles et des mesures d'accélération dans des gammes de fréquences élevées. Le but est de minimiser l'influence des vibrations induites par la rotation des arbres. Cette méthode utilise des indicateurs scalaires qui permettent de suivre l'évolution d'une grandeur dérivant de la puissance ou de l'amplitude crête du signal. Sa valeur peut ne pas avoir de signification intrinsèque, mais c'est son évolution dans le temps qui est significative du défaut.
- **Les méthodes fréquentielles** : basées sur la transformée de Fourier. La connaissance des fréquences caractéristiques permet d'identifier et de localiser les défauts issus des composants mécaniques en analysant leur spectre. Elles sont souvent utilisées pour les machines complexes comportant beaucoup de composants mécaniques.

I.6. Vibration mécanique

I.6.1. Définition d'une vibration

La norme ISO 2041 « vibrations et chocs - vocabulaire (Août 1990) » définit la notion de vibration comme étant la variation avec le temps de l'intensité d'une grandeur caractéristique du mouvement ou de la position d'un système mécanique, lorsque l'intensité est alternativement plus grande et plus petite qu'une certaine valeur moyenne ou de référence. En fait, un corps est dit en vibration lorsqu'il est animé d'un mouvement oscillatoire autour d'une position d'équilibre ou de référence [5]. Ce déplacement par rapport à cette position peut être provoqué par une force mécanique non désirable. Ainsi, un système mécanique est dit en vibration lorsqu'il oscille autour de sa position d'équilibre.

I.6.2. Caractéristiques d'une vibration

Une vibration se caractérise principalement par, son amplitude, sa période et sa fréquence (voir Figure 1.4).

I.6.2.1. Amplitude A

Qui est la valeur de ses écarts par rapport au point d'équilibre. On peut définir :

- L'amplitude maximale par rapport au point d'équilibre appelée amplitude crête (A_c) au niveau crête.
- L'amplitude double, aussi appelée l'amplitude crête à crête (A_{cc}) ou niveau crête à crête.
- L'amplitude efficace (A_{eff}), aussi appelée RMS (Root Mean Squar) ou niveau efficace.

Dans le cas d'une vibration de type sinusoïdal l'amplitude efficace s'exprime en fonction de l'amplitude crête de la façon suivante :

$$A_{eff} = A_c \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707 A_c \quad (\text{I.1})$$

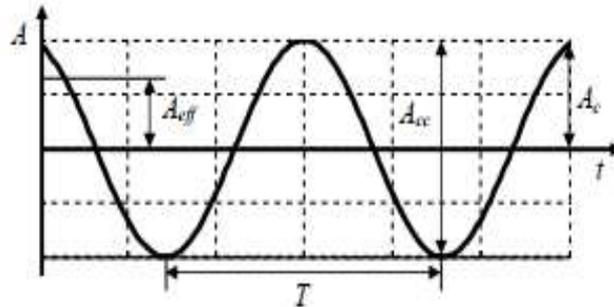


Figure I.4 : Représentation des différentes amplitudes (vibration sinusoïdale)

Dans le cas d'une vibration complexe quelconque, il n'existe pas de relation simple entre la valeur crête de l'amplitude (A_c) et la valeur efficace de l'amplitude (A_{eff}) qui se définit mathématiquement par la relation :

$$A_{eff} = \left[\frac{1}{T} \int_0^T a^2(t) dt \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{I.2})$$

Avec :

- $a(t)$, l'amplitude instantanée du signal vibratoire ;
- T , la durée d'analyse du signal vibratoire.

Les amplitudes crête à crête représentent mieux l'ampleur d'un mouvement ponctuel, elles seront généralement choisies pour détecter un phénomène aléatoire ou peu répétitif. En revanche, l'amplitude efficace, mieux représentative de l'énergie dispensée par le mouvement vibratoire permettra de mieux détecter les phénomènes périodiques et d'effectuer. D'autre part, la connaissance simultanée de l'amplitude crête d'un signal et de son amplitude efficace donne une idée de la forme du signal, donc du type des formes plus ou moins élaborée dans la définition d'un certain nombre d'indicateur comme le facteur de crête et le kurtosis qui permettent souvent de façon simple la détection et la surveillance de phénomènes de type impulsionnel [6].

I.6.2.2. Période T

Durée correspondant à l'intervalle de temps entre deux positions successives identiques. La période se note **T** et s'exprime en **seconde (s)**.

I.6.2.3. Fréquence f

Nombre de fois qu'un phénomène se répète en un temps donné, lorsque l'unité de temps choisie et la seconde, la fréquence s'exprime en hertz (**Hz**) ($1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$).

La fréquence s'exprime en fonction de la période par la relation suivante : $f = \frac{1}{T}$

I.6.3. Type des signaux vibratoire

Une machine tournante quelconque en fonctionnement génère des vibrations. On classe généralement les vibrations d'après l'évolution de la variable considérée dans le temps (*périodicité*). On distingue ainsi les vibrations : harmoniques, périodiques et apériodiques.

I.6.3.1. Vibration harmonique :

Une vibration harmonique est une vibration dont le diagramme amplitude – temps et représenté par une sinusoïde.

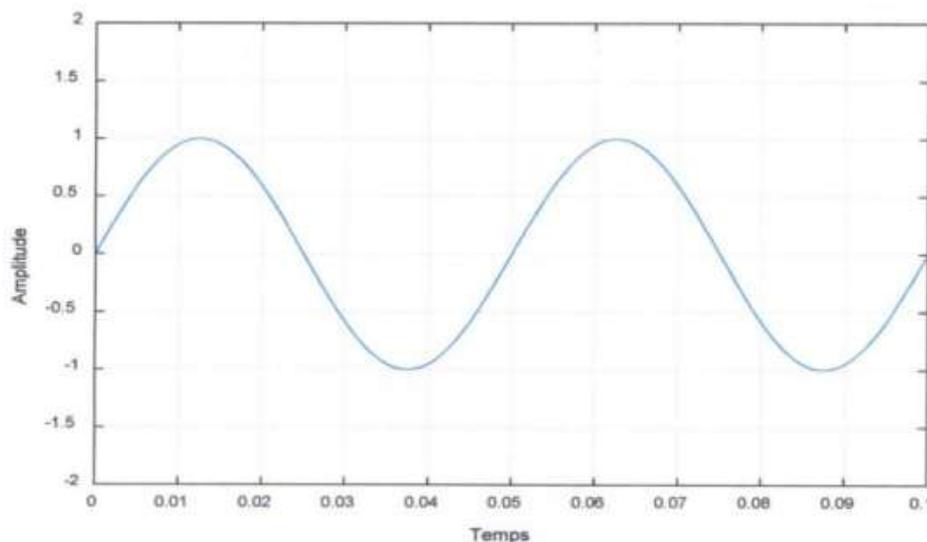


Figure I.5: Vibration harmonique

Elle décrite par l'équation :

$$X(t) = X_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (\text{I.3})$$

Avec :

- $\omega = 2\pi f$: Vitesse angulaire ou pulsation de mouvement [rd/s].
- f : Fréquence du mouvement [Hz]
- φ : Phase de mouvement par rapport à un repère dans le temps [rd].

Le meilleur exemple d'une vibration harmonique est celle génère par le balourd d'un rotor en mouvement.

I.6.3.2. Vibration périodique :

Une vibration périodique est telle qu'elle se reproduit exactement après un certain temps appelé période. Une telle vibration est créée par une excitation elle-même périodique. C'est le cas le plus fréquent rencontré sur la machine.

Une vibration périodique est composée de plusieurs vibrations harmoniques : on peut décomposer un mouvement complexe périodique en une somme de mouvements sinusoïdaux élémentaires, plus faciles à analyser. Les mouvements sinusoïdaux élémentaires sont appelés « composantes harmoniques » et leurs fréquences sont des multiples entiers de la fréquence du mouvement étudié qui est appelée « fréquence fondamentale » ou fréquence de l'harmonique d'ordre 1.

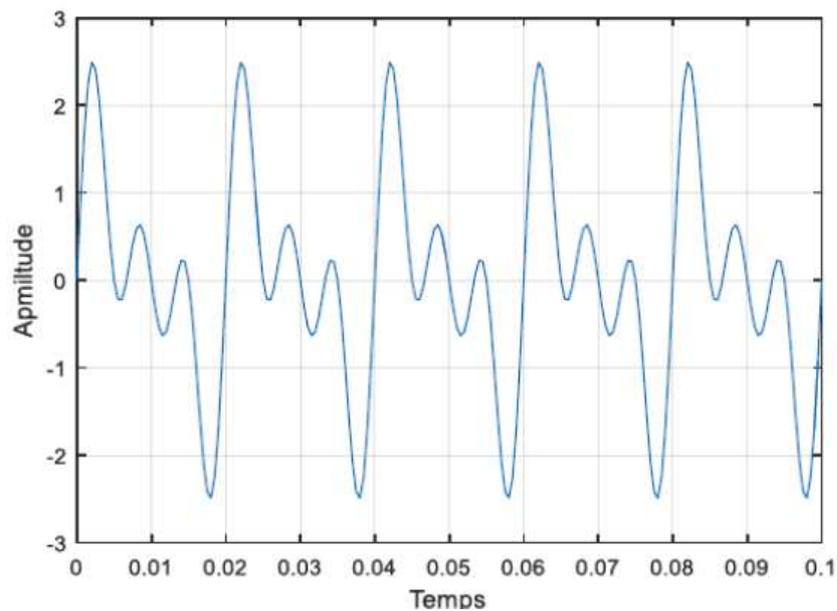


Figure I.6: Vibration périodique

Elle est décrite par l'équation :

$$X(t) = \sum_{i=1}^n X_i \sin(\omega_i t + \varphi_i) \quad (1.4)$$

$\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_n$: sont des multiples de ω_0 (fondamentale).

I.6.3.3. Vibration apériodique :

Elle est caractérisée par un mouvement oscillant aléatoire qui ne se produit pas identiquement à lui-même comme les mouvements périodiques.

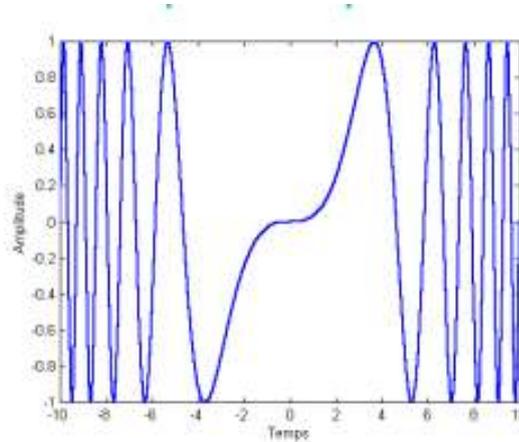


Figure I.7: Vibration apériodique.

Elle décrit par l'équation :

$$X(t) = \sum_{i=1}^{\infty} X_i \sin(\omega_i t + \varphi_i) \quad (\text{I.5})$$

I.6.4. Les grandeurs de mesure :

Une vibration mécanique peut être mesurée selon les trois grandeurs suivantes :

- Déplacement ;
- Vitesse ;
- Accélération.

I.6.4.1. Déplacement vibratoire S(t) :

Le déplacement S(t) d'une vibration harmonique est décrit par l'équation :

$$S(t) = S_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (\text{I.6})$$

I.6.4.2. Vitesse vibratoire V(t) :

La vitesse v(t) de cette vibration s'obtient par la dérivation de l'équation :

$$V(t) = \frac{dS(t)}{dt} = S_0 \omega \cos(\omega t + \varphi) \quad (\text{I.7})$$

$$V(t) = V_0 \sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \quad (\text{I.8})$$

I.6.4.3. Accélération vibratoire $A(t)$:

L'accélération $A(t)$ de cette vibration s'obtient par dérivation de l'équation :

$$A(t) = \frac{dV(t)}{dt} = V_0 \omega \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \quad (\text{I.9})$$

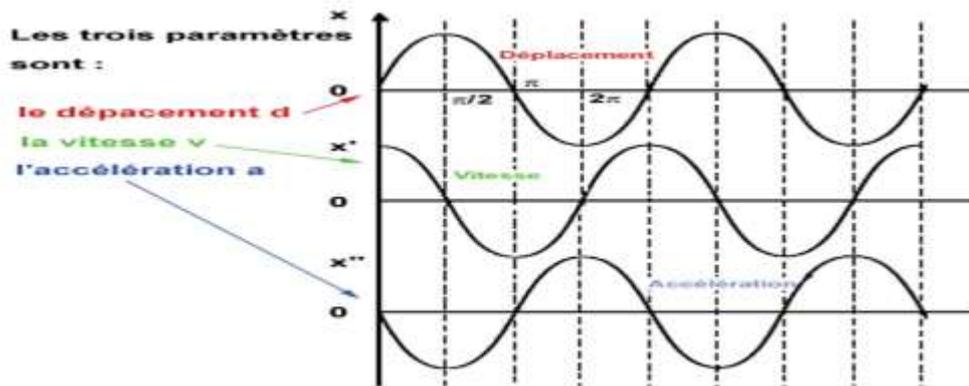


Figure I.8: Grandeurs associées à l'amplitude d'une vibration

I.7. Principaux défauts et leurs signatures vibratoires

L'identification d'anomalies à un stade précoce, le suivi de leurs évolutions et le diagnostic de l'état d'une machine ne sont possibles que si préalablement l'on connaît les symptômes vibratoires associés à chaque défaut susceptible de l'affecter, c'est-à-dire si l'on connaît les images vibratoires induites par ces défauts. On se propose dans ce qui suit d'étudier les images vibratoires des principaux défauts.

I.7.1. Défaut de Balourd : déséquilibre :

Quel que soit le soin apporté à la construction des machines, il n'est pas possible de faire coïncider l'axe de rotation avec le centre de gravité de chaque tranche élémentaire du rotor. Ce balourd provient généralement de défauts d'usinage, d'assemblage et de montage. Ainsi un balourd est caractérisé par un déséquilibre massique autour de l'axe de rotation qui produit des forces d'inertie. Ces forces agissent sur les corps en rotation et surtout sur les roulements et excitent les paliers.



Figure I.9: Balourd dû à la tolérance d'usinage sur le rotor

Si on mesure l'amplitude du signal vibratoire délivré par un capteur placé sur le palier supportant un rotor déséquilibré on remarque que l'amplitude sera maximale lorsque la masse sera en haut du rotor et elle sera minimale lorsqu'elle sera en bas, et ainsi de suite, à chaque tour du rotor. Le signal vibratoire est périodique de période 1 tour, donc de fréquence égale à la fréquence de rotation du rotor.

Le balourd va induire, dans un plan radial, une vibration dont le spectre présente une composante dont la fréquence de base correspond à la fréquence de rotation F_R . Elle représente alors le pic le plus élevé avec des pics d'amplitudes plus faibles sur les harmoniques de f_r . La bande de mesure est conçue de façon à prendre en compte de légères variations autour de la vitesse de rotation affichée par le constructeur [7].

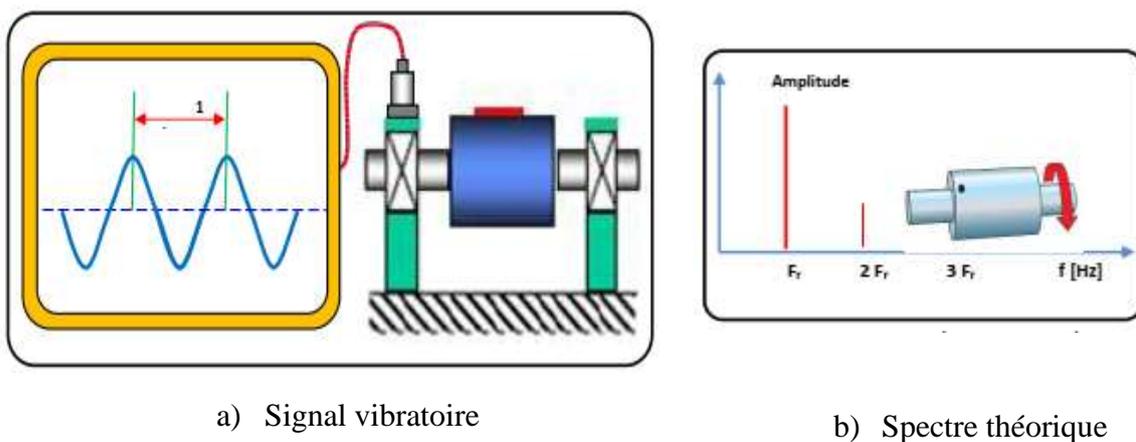


Figure I.10: Signature vibratoire du balourd.

De nombreux défauts, autres que ceux du balourd, s'expriment par une composante d'amplitude élevée à la fréquence de rotation : c'est l'analyse des phases qui permet de les différencier. En effet, pour deux points de mesure radiaux (situés à 90° sur un même palier), le déphasage entre composantes de fréquence égale à la fréquence de rotation est proche de 90° , dans le cas d'un défaut lié à un balourd.

I.7.1.1. Balourd statique :

Considérons un rotor bien équilibré. Ajoutons en un endroit de ce rotor une masse M . le rotor présentant un balourd va osciller jusqu'à se placer en "position lourde" vers le bas. Ce déséquilibre agit aussi s'il n'y a pas de rotation ; on l'appelle alors "balourd statique". Les deux paliers supportant le rotor vont subir, en même temps, l'effort centrifuge dû au déséquilibre.[8]

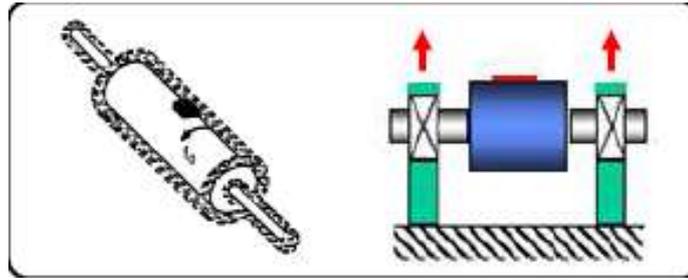


Figure I.11: balourd statique

I.7.1.2. Balourd de couple :

Le couple est toute simplement deux forces parallèles égales agissant en direction opposée, mais sur la même ligne droite.

Le balourd à chaque extrémité du rotor, mais sur des côtés opposés de la ligne du centre de rotation, crée un déséquilibre de couple.

Contrairement au balourd statique, qui peut être corrigé sur un seul plan, le balourd de couple ne peut être corrigé qu'en faisant des corrections d'équilibre sur deux plans.[9]

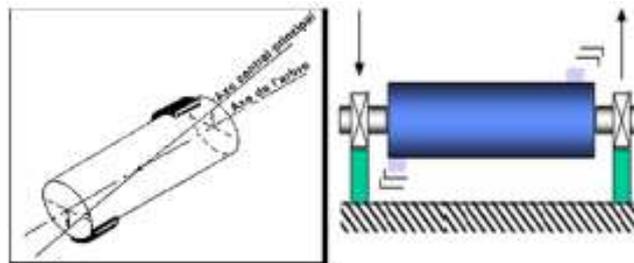


Figure I.12: balourd de couple.

I.7.1.3. Balourd dynamique

La combinaison de ces deux types de balourd (statique et couple) s'appelle un balourd dynamique. Reprenons le cas précédent en remplaçant la masse M par deux masses identiques mais décalées de 180° et placées à chaque extrémité du rotor.

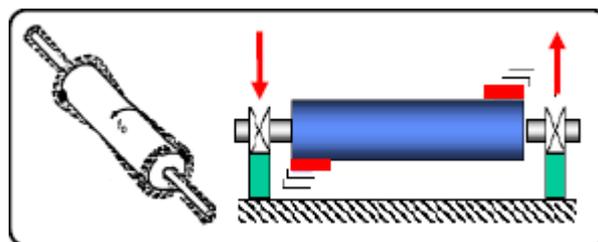


Figure I.13: balourd dynamique

Ce déséquilibre agit aussi pendant la rotation; on l'appelle alors " balourd dynamique ". Les deux paliers supportant le rotor vont subir les efforts centrifuges de façon alternée. Le

déphasage (voisin de 180°) entre les mesures effectuées au même point sur deux paliers consécutifs est donc révélateur d'un balourd dynamique [Figure I.13]. [8]

I.7.2. Défaut de Désalignement

Le défaut d'alignement est l'une des principales causes de réduction de la durée de vie des équipements. Il concerne soit deux arbres liés par un accouplement, soit deux paliers soutenant le même axe.

I.7.2.1. Désalignement parallèle (radial) :

Il se produit quand les axes de rotation des deux machines ont le même angle d'orientation, mais ils sont séparés verticalement, chacun de l'autre. Le désalignement parallèle se caractérise par une vibration radiale élevée.

Un défaut d'alignement est révélé par un pic d'amplitude prépondérante à, généralement, 2 fois la fréquence de rotation (parfois 3 ou 4 fois). Il apparaît une vibration dans la direction radiale de composante d'ordre 2 de la fréquence de rotation (rarement d'ordre 3, voire exceptionnellement d'ordre 4), avec des amplitudes supérieures aux composantes d'ordre 1 [figure I.14]. Le même phénomène se manifeste dans la direction axiale.

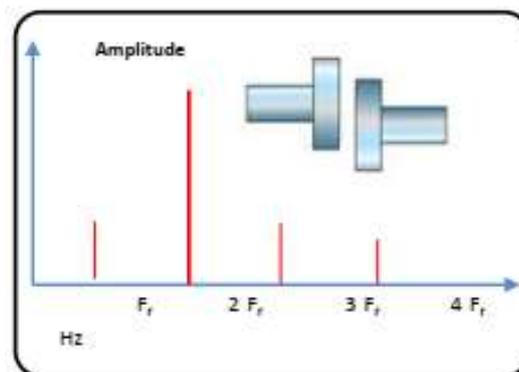


Figure I.14: Image vibratoire d'un défaut d'alignement radial [8].

I.7.2.2. Désalignement angulaire

Il se produit quand l'axe de rotation de deux machines à un angle différent. Le désalignement angulaire se caractérise par une vibration axiale élevée. Il apparaît une vibration axiale de composante d'ordres 1, 2, 3 ou 4 de la fréquence de rotation avec des amplitudes supérieures à celles des composantes radiales correspondantes [figure I.15].

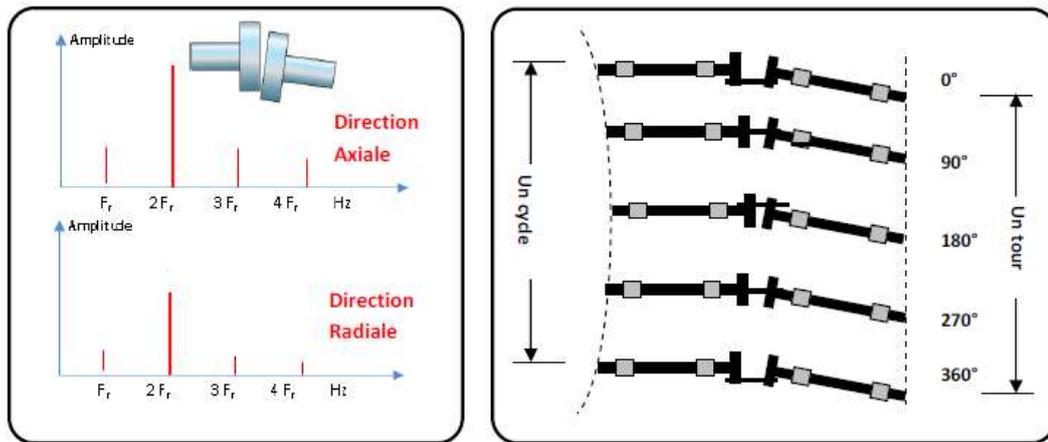


Figure I.15: Images vibratoires d'un défaut d'alignement angulaire. [8]

Le défaut de Désalignement concerne soit deux arbres liés par un accouplement, soit deux paliers soutenant le même axe :

➤ **Désalignement d'arbres accouplés**

Les axes des deux rotors peuvent présenter un désalignement angulaire au niveau de l'accouplement ou un désalignement radial (défaut de concentricité) ou la combinaison des deux.

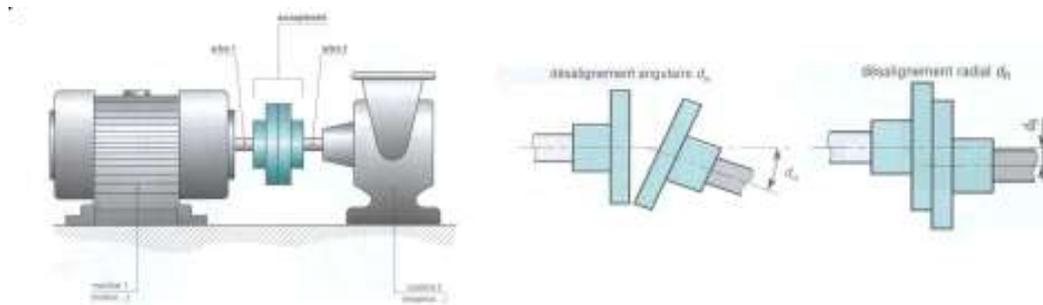


Figure I.16: Défauts d'alignement d'arbres [8].

➤ **Désalignement des paliers**

Les axes des deux paliers d'un même corps de machine ne sont pas concentriques. Cette anomalie peut être la conséquence d'un défaut de montage d'un palier, mais également d'un mauvais calage des pattes de fixation ou d'une déformation de châssis (par exemple à la suite de contraintes thermiques), qui se traduit par une flexion de l'arbre du rotor.

La manifestation spectrale de ce type de désalignement est identique à celle du désalignement angulaire.

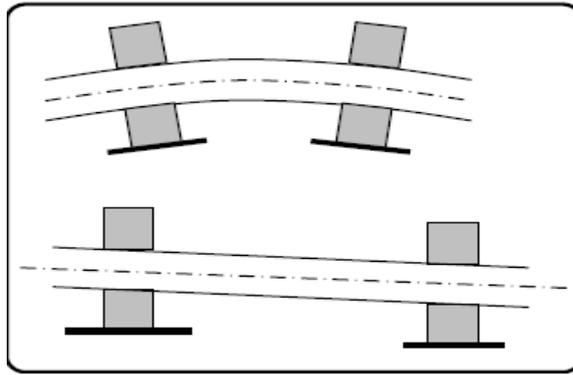


Figure I.17: Désalignement de paliers se traduisant par une flexion de l'arbre

I.7.3. Défauts de serrage

Le mauvais serrage de la structure de la machine génère des vibrations et un certain bruit. Le spectre typique mesuré sur une machine dans laquelle il existe un jeu contient un grand nombre de pic à des fréquences multiples de la fréquence de rotation. Il est également parfois possible de retrouver des pics à l'harmonique $\frac{1}{2}$ ($1/2 \times$ la fréquence de rotation de l'arbre) et ses multiples.

Les causes d'un jeu sont principalement l'usure ou un mauvais montage. Comme exemples de jeu, on peut entrer autre citer : accouplement dont le caoutchouc est utilisé, paliers montés avec un jeu excessif, ou boulons cassés (plus de jonction mécanique). Une roue à aubes dont les aubes touchent la carcasse nous donne un défaut semblable au jeu, amplifié. La figure [I.18] montre un exemple spectre sur une machine dont le joint de l'accouplement est utilisé. La fréquence de rotation est de 24,25 Hz.

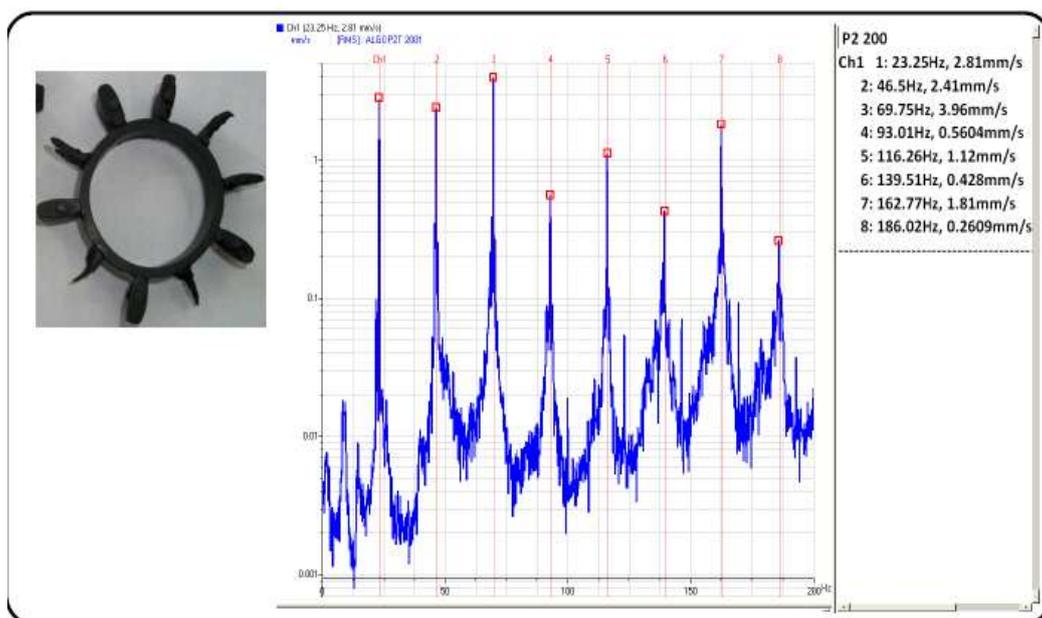


Figure I.18: Défaut d'usure d'accouplement. [8]

I.7.4. Défauts de transmission par courroies

Le principal défaut rencontré sur ce type de transmission est lié à une détérioration localisée d'une courroie : partie arrachée, défaut de jointure, [figure I.19] impliquant un effort ou un choc particulier à la fréquence de passage f_C de ce défaut définie par :

$$F_C = \frac{\pi D_1}{L} f_1 = \frac{\pi D_2}{L} f_2 \quad (\text{I.10})$$

F_C : fréquence de passage de la courroie.

D_1 et D_2 : diamètres des poulies 1 et 2.

f_1 et f_2 : fréquences de rotation des poulies 1 et 2.

L : la longueur de la courroie.

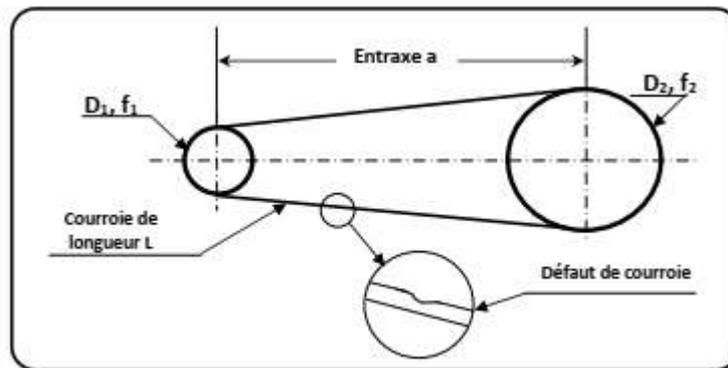


Figure I.19: Défaut de courroie.

Généralement, le spectre est issu d'une mesure prise radialement dans la direction de l'effort de tension de la courroie [figure I.20]. Une mesure axiale peut, éventuellement, détecter un défaut de désalignement des poulies.

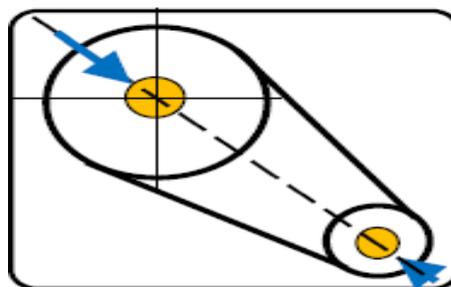
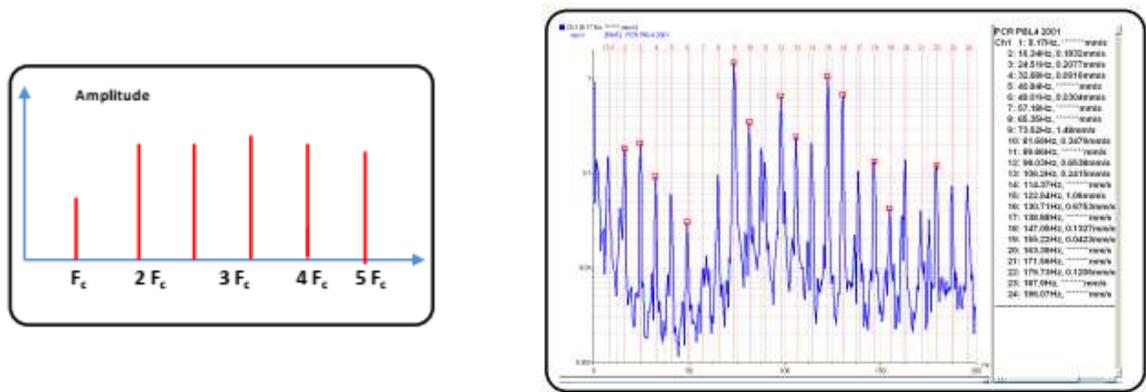


Figure I.20: direction de mesure favorisée pour transmission par poulies courroies.

L'image vibratoire donne un pic d'amplitude importante à la fréquence de passage des courroies, et ses harmoniques (voir figure (a)). La figure (b) montre le spectre réel mesuré sur une transmission par poulies courroies. On voit bien la présence d'un pic à la $2F_C$, $3F_C$, $4F_C$ (La fréquence F_C est de 8,17 Hz).



a) image vibratoire théorique

b) spectre réel d'un défaut de transmission par courroie (fréquence de passage 8,17 Hz)

Figure I.21: défaut de courroie

I.7.5. Défauts des roulements [8]

Les roulements (figure I.22) sont parmi les composants les plus sollicités des machines et représentent une source de panne fréquente. Les défauts que l'on peut y rencontrer sont les suivants : écaillage, grippage, corrosion (qui entraîne l'écaillage), etc. Tous ces défauts ont un point commun : ils se traduisent tôt ou tard par une perte de fragments de métal. Ce défaut précurseur de la destruction est l'écaillage. Il se traduit par des chocs répétés des billes sur la cage de roulement.

Les roulements défectueux génèrent des vibrations de fréquences égales aux vitesses de rotation de chaque pièce du roulement. Ils correspondent notamment à la rotation des billes, des rouleaux ou de la cage et au passage des billes sur les bagues.

Pour chaque type de roulement et en fonction de ses cotes de fabrication , on peut considérer les fréquences caractéristiques données formules ci-dessous.

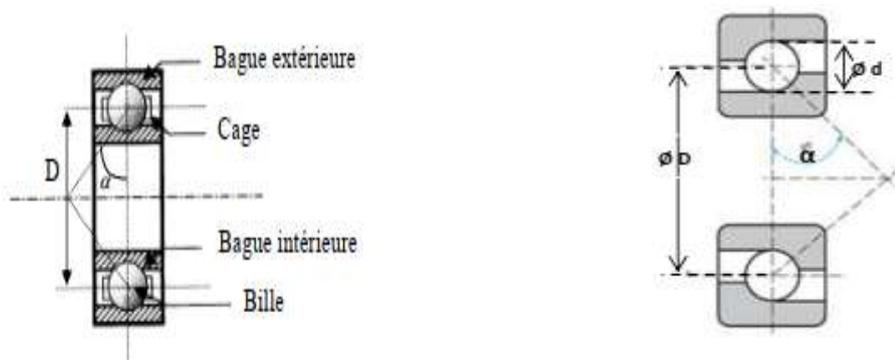


Figure I.22: Caractéristiques géométriques d'un roulement .

- n : le nombre d'éléments roulants (billes, rouleaux ou aiguilles)
- D : le diamètre primitif

- d : le diamètre des éléments roulants
- α : angle de contact
- f_r : la fréquence de rotation de la bague interne (la bague externe étant supposée fixe)

Pour un défaut :

- Sur la bague extérieure (**b ext**) la fréquence est :

$$f_{b \text{ ext}} = \frac{n}{2} f_r \left(1 - \frac{d}{D \cos \alpha} \right) \quad (\text{I.11})$$

- Sur la bague intérieure (**b int**) la fréquence est :

$$f_{b \text{ int}} = \frac{n}{2} f_r \left(1 + \frac{d}{D \cos \alpha} \right) \quad (\text{I.12})$$

- Sur cage ((C) a fréquence est :

$$f_C = \frac{f_r}{2} \left(1 \pm \frac{d}{D} \cos \alpha \right) \quad (\text{I.13})$$

(le signe + si la bague extérieure tourne et le signe – si la bague intérieur tourne)

- Sur la bille (ou de rouleau) sur la bague externe ou sur la bague interne la fréquence :

$$f_{bille} = 0.5 f_r \frac{D}{d} \left[1 - \left(\frac{d \cos \alpha}{D} \right)^2 \right] \quad (\text{I.14})$$

- sur une bille entre en contact avec la bague intérieure ainsi qu'avec la bague extérieure a chaque révolution de la bille la fréquence est :

$$2 f_{bille} = f_{rr} \frac{D}{d} \left[1 - \left(\frac{d \cos \alpha}{D} \right)^2 \right] \quad (\text{I.15})$$

I.7.5.1. Signatures vibratoires des principaux défauts des roulements

(a) Défaut de type écaillage affectant la bague externe

Un défaut de type écaillage affectant la bague externe d'un roulement a pour image vibratoire un peigne de raies dont le pas correspond à la fréquence du défaut. A chaque composante de ce peigne, est associée une paire de bandes latérales espacées de la fréquence de rotation, en cas de charge dynamique importante [figureI.23].

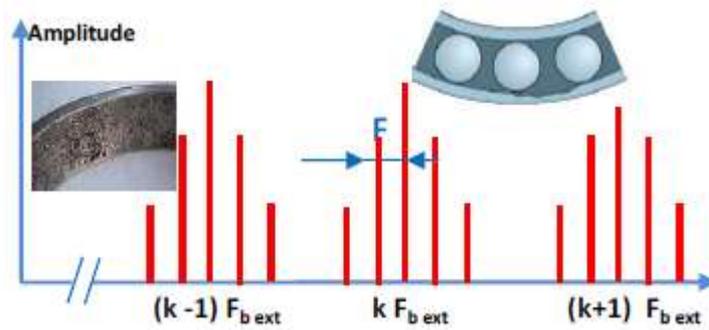


Figure I.23: Image vibratoire théorique d'un défaut de type écaillage sur bague extérieure

(b) Défaut de type écaillage affectant la bague interne

Un défaut de type écaillage affectant la bague interne de roulement a pour image vibratoire un peigne de raies. A chaque composante de ce peigne, sont associées plusieurs paires de bandes latérales espacées de la fréquence de rotation [figure I.24].

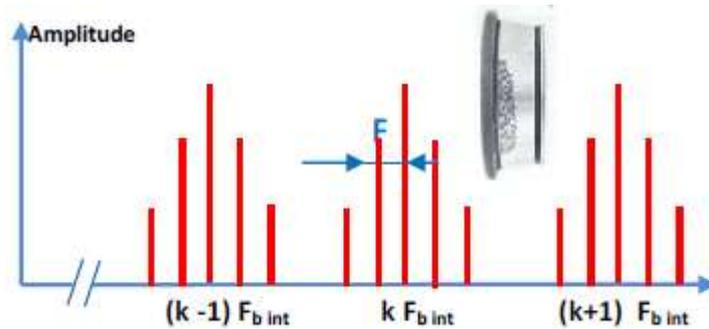


Figure I.24: Image vibratoires théorique d'un défaut de type écaillage sur bague intérieure

(c) Défaut de type écaillage sur un élément roulant

Un défaut de type écaillage sur un élément roulant (bille, rouleau ou aiguille) a pour image vibratoire un peigne de raies. A chaque composante de ce peigne, sont associées plusieurs paires de bandes latérales espacées de la fréquence de la cage [figure I.25].

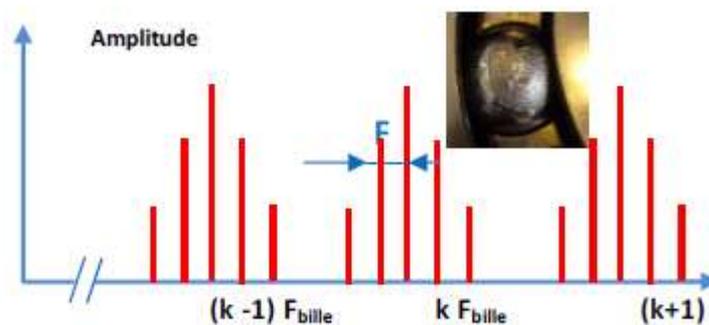


Figure I.25: Image vibratoires théorique d'un défaut de type écaillage sur un élément roulant.

(d) Défauts de type déversement de bague

Le défaut de type déversement de bague extérieure [figure I.26] s'exprime par une composante fondamentale d'amplitude élevée dont la fréquence correspond à la fréquence du défaut de la bague déversée, et par des composantes d'ordre supérieur d'amplitude très faible [figure I.27]

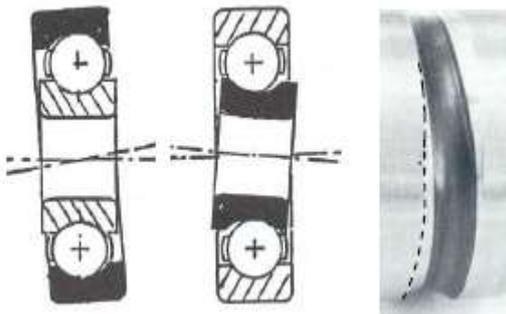


Figure I.26: Défaut de déversement des bagues d'un roulement.

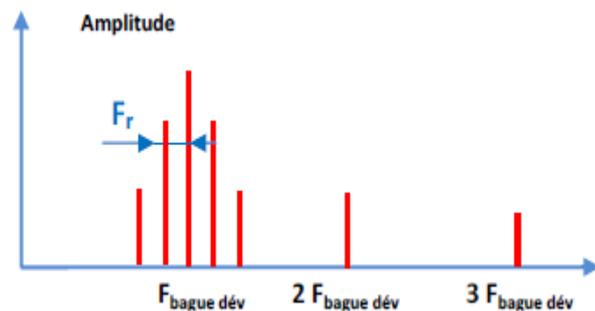


Figure I.27: Image vibratoire théorique d'un défaut de type déversement de bague.

(e) Remarque

Il ne faut pas confondre défaut de type écaillage et défaut de type déversement de bague. Le défaut de type écaillage est un défaut de type choc dont le spectre présente:

- De nombreuses composantes harmoniques jusqu'en hautes fréquences,
- Les harmoniques d'ordre n généralement d'amplitude plus grande que la composante fondamentale.

Le défaut de type déversement de bague est un défaut de type vibration sinusoïdale dont le Spectre présente:

- peu de composantes harmoniques, la composante fondamentale de la fréquence du défaut, nettement prépondérante par rapport à ses quelques harmoniques.

I.7.6. Les défauts des engrenages [8]

Un engrenage est composé de l'ensemble de deux roues dentées engrenant l'une avec l'autre, permettant de transmettre de la puissance entre deux arbres rapprochés avec un rapport de vitesse constant. Selon la position relative des deux arbres, on distingue trois classes d'engrenages [figure I.28]:

- Les engrenages parallèles (les 2 arbres sont parallèles).
- Les engrenages concourants (les 2 arbres sont tels que leurs prolongements se coupent).
- Les engrenages gauches (les 2 arbres occupent une position relative quelconque)



Figure I.28: Différents types d'engrenage.

Un engrenage se compose de deux roues dentées Z_1 et Z_2 dents, tournant aux fréquences F_1 et F_2 . Les deux roues dentées s'engrènent à une fréquence dite fréquence d'engrènement F_e

$$F_e = Z_1 \cdot F_1 = Z_2 \cdot F_2 \quad (\text{I.16})$$

Si la denture est correcte, le spectre [figure I.29], est constitué de composantes dont les fréquences correspondent à la fréquence d'engrènement ou à ses harmoniques.

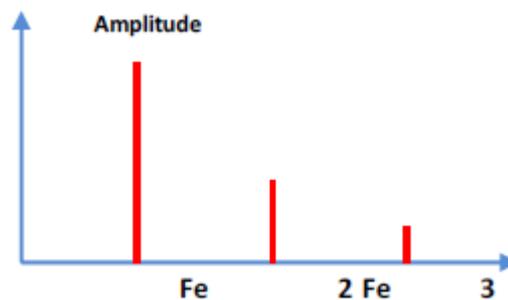


Figure I.29: Image vibratoire d'un engrenage sain.

Si l'une des roues présente une dent détériorée, il se produit un choc dur, à chaque tour du pignon. Le spectre correspondant [figure I.30] montre un peigne de raies dont le pas correspond à la fréquence de rotation du pignon détérioré s'étalant jusqu'aux hautes fréquences.

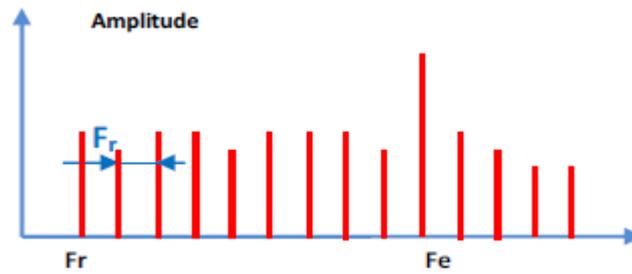


Figure I.30: image vibratoire théorique d'un engrenage présentant une dent détériorée.

Si les deux roues dentées présentent chacune une dent détériorée, les chocs peuvent être importants lorsque les deux défauts se rencontrent «coïncidence ». La rencontre s'effectue à la fréquence F_{co} , appelée fréquence de coïncidence et telle que :

$$F_{co} = \frac{F_e}{PPCM(Z_1, Z_2)} \quad (\text{I.17})$$

$PPCM$: plus petit commun multiple de Z_1 et Z_2

La fréquence de coïncidence F_{co} est inférieure aux fréquences de rotation F_1 et F_2 . Le spectre montre non seulement les deux peignes correspondant aux fréquences de rotation de chaque roue, mais aussi un peigne de raies correspondant à la fréquence de coïncidence F_{co} .

Lorsque l'ensemble de la denture est use ou détériorée, les chocs se produisent au passage de chacune des dents. Le spectre est constitué d'un peigne de raies dont la fréquence correspond à la fréquence d'engrènement, mais cette fois avec une amplitude beaucoup plus élevée [figureI.31]. Le spectre peut présenter des raies à la fréquence de rotation correspondant à des équilibrages imparfaits.

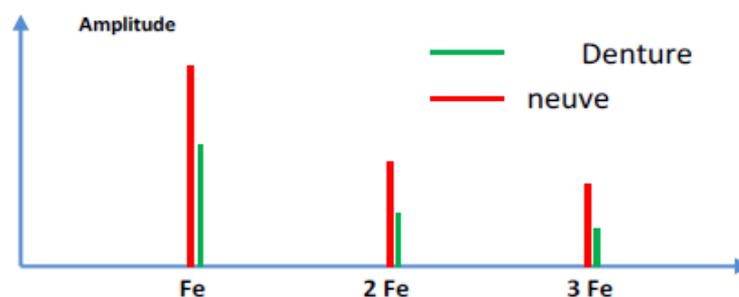


Figure I.31: Image vibratoire théorique d'une denture

I.8. Conclusion

L'objectif de ce chapitre était de présenter une étude descriptive des défauts mécaniques des machines tournantes et des vibrations émanant de chaque défaut ces vibrations apparaissant comme paramètre caractéristique dans l'étude des défauts issus de cette machine. Ces vibrations ont suscité une attention particulière dans cette partie du mémoire. Pour diagnostiquer et détecter les défauts et éventuelles défaillances L'analyse spectrale est l'outil majeur pour l'étude des signaux vibratoires des machines tournantes, et c'est ce que nous aborderons dans le chapitre 2.

Chapitre II.
Traitement
numérique de signal
et l'analyse de
Fourier

II.1. Introduction

Le traitement de signal est une discipline technique qui a pour objet l'élaboration, la détection et l'interprétation des signaux porteurs d'informations. Cette discipline s'appuie sur la théorie du signal qui donne une description mathématique des signaux.

Actuellement, les méthodes de traitement sont presque en totalité numériques, ce qui suppose :

- Un échantillonnage temporel, et une représentation de signaux en temps discret
- La numérisation du signal par conversion analogique/numérique, ce qui implique une quantification du signal

Dans ce chapitre nous allons présenter quelques généralités sur les signaux et leurs représentations, classification, et la numérisation du signal. Nous introduisons les bases théoriques de l'analyse temps-fréquence par la méthode de transformé de Fourier qui occupe une place privilégiée dans le traitement des signaux.

II.2. Le traitement de signal

II.2.1. Définitions

II.2.1.1. Le signal

Un signal est la représentation physique de l'information qu'il transporte de sa source à son destinataire. Il sert de vecteur à une information. Il constitue la manifestation physique d'une grandeur mesurable (courant, tension, force, température, pression, etc.). Les signaux sont des grandeurs électriques variant en fonction du temps $s(t)$ obtenues à l'aide de capteurs.[10]

II.2.1.2. Le bruit

Est défini comme tout phénomène perturbateur gênant la perception ou l'interprétation d'un signal, par analogie avec les nuisances acoustiques (interférence, bruit de fond, etc.) [10]. La différenciation entre le signal et le bruit est artificielle et dépend de l'intérêt de l'utilisateur : les ondes électromagnétiques d'origine galactique sont du bruit pour un ingénieur des télécommunications par satellites et un signal pour les radioastronomes.

II.2.1.3. La théorie du signal

L'objectif fondamental de la théorie du signal est la description mathématique (ou modélisation) des signaux. Cette représentation commode du signal permet de mettre en évidence ses principales caractéristiques (distribution fréquentielle, énergie, etc.) et d'analyser les modifications subies lors de la transmission ou du traitement de ces signaux.

II.2.1.4. Le traitement des signaux

Le traitement du signal est une discipline technique basée sur la théorie du signal qui a pour objectifs l'élaboration, la transmission et l'interprétation des signaux. Elle utilise les ressources de l'électronique, de l'informatique et de la physique appliquée. Son but est donc de réussir à extraire un maximum d'information utile sur un signal perturbé par le bruit. [11]

Les fonctions du traitement du signal peuvent se diviser en deux catégories : l'élaboration des signaux (incorporation des informations) et l'interprétation des signaux (extraction des informations). Les principales fonctions intégrées dans ces deux parties sont les suivantes :

- **L'analyse** : On cherche à isoler les composantes essentielles d'un signal de forme complexe, afin d'en mieux comprendre la nature et origines
- **La mesure** : mesurer un signal, en particulier aléatoire, c'est essayer d'estimer la valeur d'une grandeur caractéristique qui lui est associée avec un certain degré de confiance.
- **Le filtrage** : c'est une fonction qui consiste à éliminer d'un signal certain composant indésirable.
- **La régénération** : c'est une opération par laquelle on tente de redonner sa forme initiale à un signal ayant subi diverses distorsions.
- **La détection** : par cette opération on tente d'extraire un signal utile du bruit de fond qui lui est superposé.
- **L'identification** : c'est un procédé souvent complémentaire qui permet d'effectuer un classement du signal observé.

- **La synthèse** : opération inverse de l'analyse, consiste à créer un signal de forme appropriée en procédant, par exemple, à une combinaison de signaux élémentaires.
- **Le codage** : outre sa fonction de traduction en langage numérique, est utilisé soit pour lutter contre le bruit de fond, soit pour tenter de réaliser des économies de largeur de bande ou de mémoire d'ordinateur.
- **La modulation et le changement de fréquence** : sont essentiellement des moyens permettant d'adapter un signal aux caractéristiques fréquentielles d'une voie de transmission, d'un filtre d'analyse ou d'un rapport d'enregistrement. [12]

II.2.2. Classification des signaux : [13]

Pour faciliter l'étude des signaux, différents modes de classification peuvent être envisagés :

- représentation temporelle des signaux ;
- caractéristique énergétique ;
- représentation spectrale ;
- caractéristique morphologique (continu ou discret)

II.2.2.1. Représentation temporelle des signaux :

La première classification, basée sur l'évolution du signal en fonction du temps, fait apparaître deux types fondamentaux (Figure II.1) :

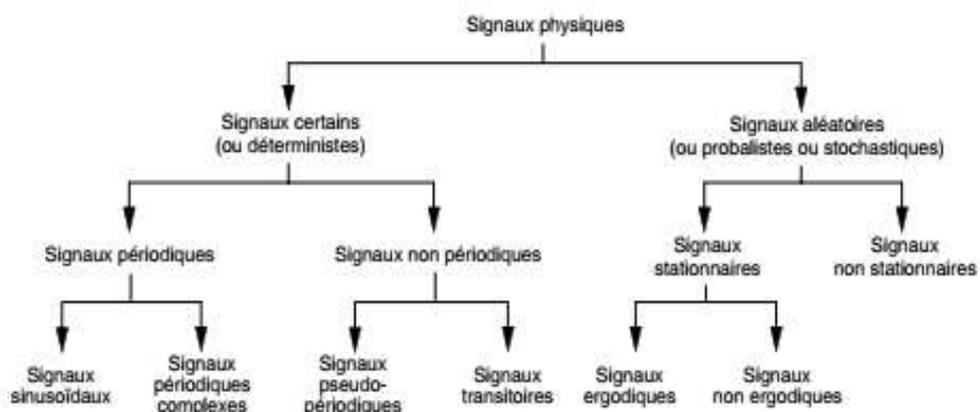


Figure II.1: Classification des signaux observés dans le domaine temporel.

- **Les signaux certains (ou déterministes)** dont l'évolution en fonction du temps peut être parfaitement décrite par un modèle mathématique. Ces signaux proviennent de phénomènes pour lesquels on connaît les lois physiques correspondantes et les conditions initiales, permettant ainsi de prévoir le résultat ;
- **Les signaux aléatoires (ou probabilistes)** dont le comportement temporel est imprévisible et pour la description desquels il faut se contenter d'observations statistiques. Parmi les signaux déterministes, on distingue les signaux périodiques satisfaisant à la relation suivante :

$$s(t) = s(t + T)$$

Les signaux sinusoïdaux sont un cas particulier de ces signaux :

$$s(t) = A \sin \left[\left(\frac{2\pi}{T} \right) t + \varphi \right]$$

- **Les signaux non périodiques** se composent d'une part des signaux pseudopériodiques formés d'une somme de sinusoïdes de périodes différentes et d'autre part des signaux transitoires dont l'existence est limitée dans le temps. Ces signaux « certains » peuvent en principe être reproduits rigoureusement identiques à eux-mêmes.
- **les signaux aléatoires**, ils sont dits *stationnaires* lorsque leur valeur moyenne est indépendante du temps, c'est-à-dire que les résultats de leur analyse statistique restent les mêmes quel que soit le moment où l'on commence l'observation d'une partie déterminée du signal. De plus ces signaux aléatoires stationnaires sont *ergodiques* s'il est identique de faire une moyenne statistique à un instant donné sur différents essais ou de faire une moyenne temporelle suffisamment longue sur un seul de ces essais.

II.2.2.2. Classification énergétique :

On distingue les signaux satisfaisant à une condition d'énergie finie à ceux présentant une puissance moyenne finie et une énergie infinie.

On appellera énergie d'un signal $x(t)$ la quantité :

$$E_s = \int_{-\infty}^{+\infty} |s^2(t)| dt$$

et puissance moyenne de $x(t)$ la quantité :

$$P_s = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^{+T} |s^2(t)| dt$$

La première catégorie comprend les signaux de type transitoire qu'ils soient déterministes ou aléatoires (exemple une impulsion carré ou gaussienne) et la deuxième catégorie englobe les signaux de type permanent, périodique, déterministe et les signaux aléatoires permanents. [14]

II.2.3. Classification spectrale :

Un signal peut être classé suivant la distribution de son amplitude, sa puissance ou son énergie en fonction de la fréquence f (spectre du signal). Le domaine des fréquences occupé par son spectre ΔF (exprimé en Hertz) est aussi appelé la largeur de bande du signal (figure II.2) conduit à une classification :

$$\Delta F = F_{\max} - F_{\min}$$

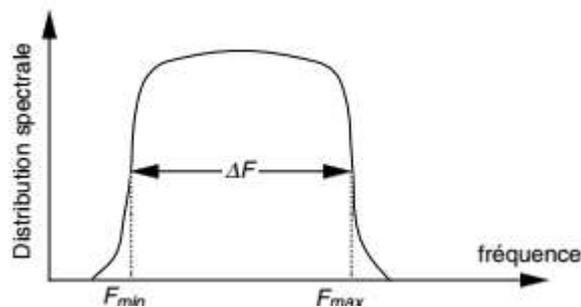


Figure II.2: Distribution spectrale d'un signal avec la largeur de bande.

- Signaux de basses fréquences.
- Signaux de hautes fréquences.
- Signaux à bande étroite.
- Signaux à large bande.

II.2.4. Classification morphologique :

Le temps est un paramètre important de classification. Comme nous venons de le voir, le traitement numérique des signaux conduit à faire la distinction entre :

- les signaux à temps continus (signaux continus).
- les signaux à temps discrets (signaux discrets ou échantillonnés).

Un autre paramètre des signaux traités est à prendre en compte, c'est l'amplitude qui peut aussi être continue ou discrète (quantifiée). Nous pouvons ainsi distinguer quatre types de signaux:

1. **Signal analogique** : amplitude et temps continus.
2. **Signal quantifié** : amplitude discrète et temps continu.
3. **Signal échantillonné** : amplitude continue et temps discret.
4. **Signal numérique** : amplitude discret et temps discret.

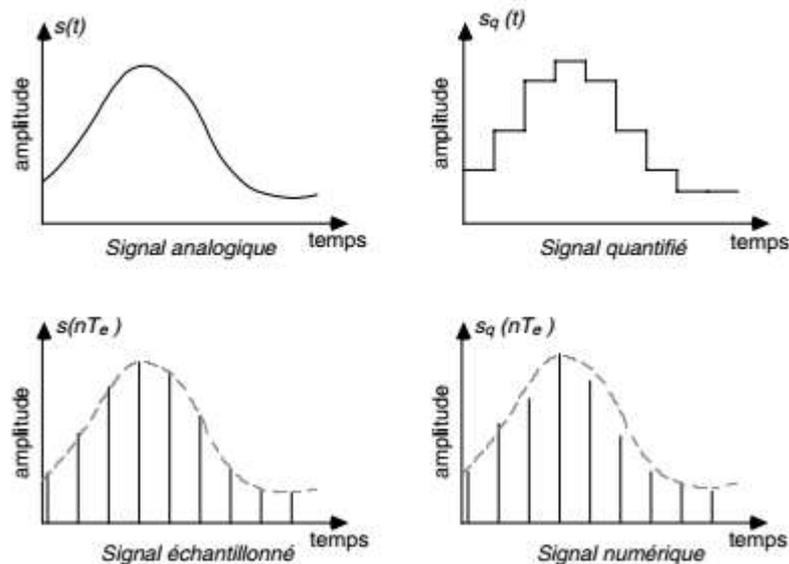


Figure II.3: Classification morphologique des signaux. [13]

II.3. Numérisation du signal :

En pratique le signal physique n'est pas étudié, mais seulement la représentation numérique est utilisée pour réaliser les calculs voulus. La numérisation du signal est l'opération qui consiste à faire passer un signal de la présentation dans le domaine des temps et des amplitudes continus au domaine des temps et amplitudes discrets. La conversion analogique numérique est la succession de trois effets sur le signal analogique de départ :

- l'**échantillonnage** pour rendre le signal discret
- la **quantification** pour associer à chaque échantillon une valeur
- le **codage** pour associer un code à chaque valeur.

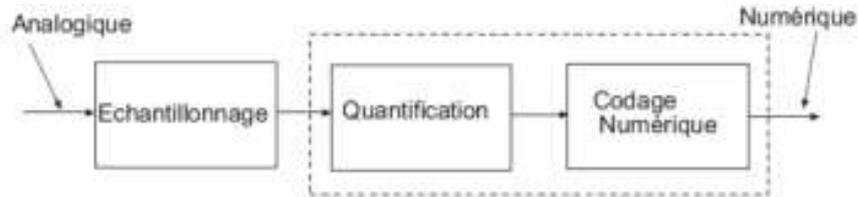


Figure II.4: Convertisseur A/N.

II.3.1. L'échantillonnage :

L'échantillonnage consiste à prélever à des instants précis, le plus souvent équidistants, les valeurs instantanées d'un signal. Le signal analogique continue $s(t)$ est présenté par un ensemble de valeurs discrètes $s(n, T_e)$:

$$S_e(t) = S(n, T_e) \quad \begin{cases} n & \text{entier} \\ T_e & \text{période d'échantillonnage} \end{cases}$$

La période d'échantillonnage T_e (en seconde) est constante et représente le temps entre deux mesures successives. Cette opération est réalisée par un circuit appelé préleveur ou échantillonneur symbolisé souvent par un interrupteur.

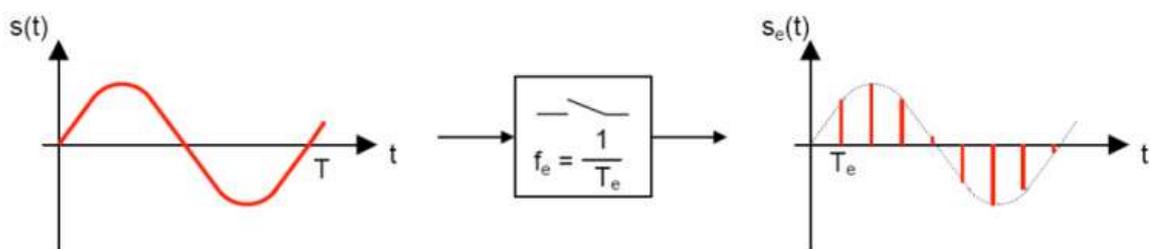


Figure II.5: Echantillonnage d'un signal $s(t)$.

La fréquence d'échantillonnage F_e , correspond au nombre de mesures effectuées par seconde :

$$F_e = \frac{1}{T_e}$$

Le choix de la fréquence d'échantillonnage est crucial afin de reproduire fidèlement le signal étudié. En effet si le signal analogique varie trop vite par rapport à la fréquence d'échantillonnage, la numérisation il faut et il suffit que la fréquence d'échantillonnage F_e égale ou supérieure deux fois la fréquence maximale F_{max} du signal initial. C'est le théorème d'échantillonnage appelle aussi théorème de Shannon :

$$F_e \geq 2 * F_{max}$$

En pratique, la valeur couramment choisie pour la fréquence d'échantillonnage est :

$$F_e = 2,56 * F_{max}$$

Le théorème de SHANNON montre que la reconstitution correcte d'un signal nécessite que la fréquence d'échantillonnage F_e soit au moins deux fois plus grande que la plus grande des fréquences F_{max} du spectre du signal : $F_e > F_{max}$.

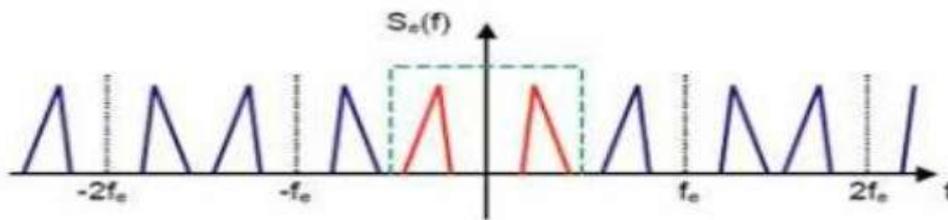


Figure II.6: Exemple d'un échantillonnage parfait.

Si F_{max} la fréquence maximale du spectre du signal à échantillonner, est supérieure $F_e/2$ la restitution du signal original sera impossible car il va apparaître un recouvrement spectral lors de l'échantillonnage. On dit qu'on est en sous-échantillonnage.

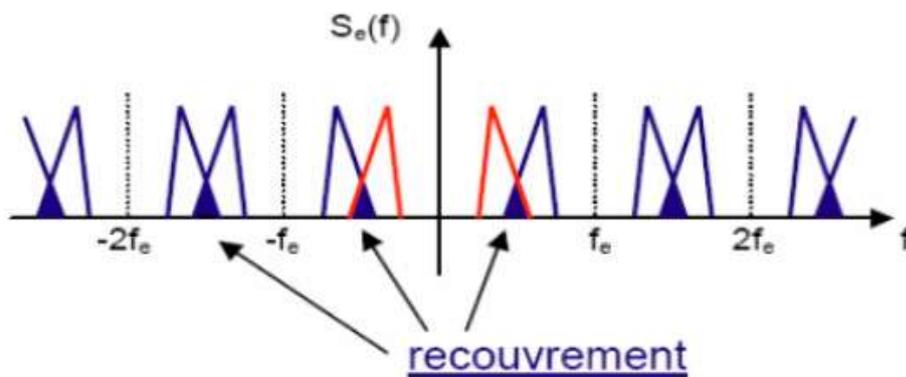


Figure II.7: Exemple d'un mauvais échantillonnage (recouvrement).

II.3.2. Quantification :

La quantification permet d'associer une valeur numérique à l'échantillon prélevé. C'est une discrétisation en amplitude. Les valeurs discrètes obtenues sont codées sur un ou plusieurs bits. La qualité du signal numérique dépend également directement du nombre de bits utilisés pour coder le signal source. Le nombre de valeurs différentes pouvant être discrétisées est égal à 2^n (n est le nombre de bits utilisés)

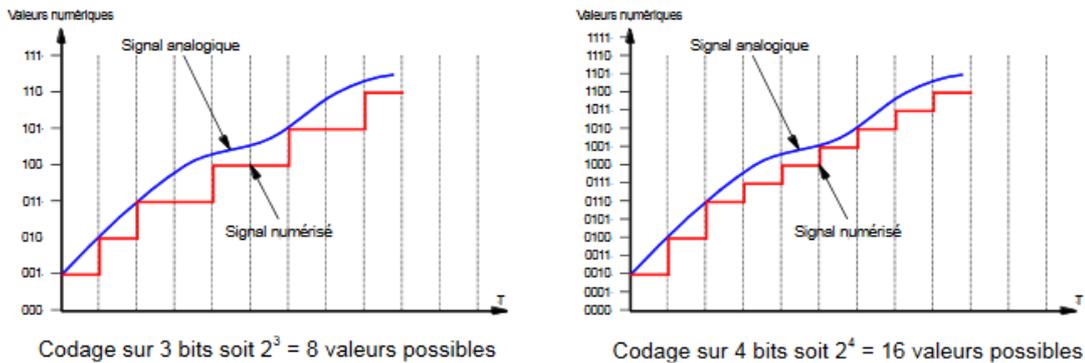


Figure II.8: Codage sur 3 bits et 4 bits.

II.3.3. Codage :

Le codage consiste à associer à un ensemble de valeurs discrètes un code composé d'éléments binaires.

II.4. Chaîne d'acquisition :

La chaîne d'acquisition de données est l'ensemble des éléments nécessaires à la "capture" des données (analogiques ou numériques) a pour fonction de recueillir et transformer la grandeur à mesurer sous une forme adaptée à son exploitation et à leur transmission jusqu'au récepteur et à l'utilisateur (homme ou machine) des données capturées. Ces dernières sont soit utiliser immédiatement ou stoker pour une utilisation ultérieur.

La chaîne d'acquisition peut assurer plusieurs rôles :

- recueillir les informations nécessaires à la connaissance de l'état d'un système.
- délivrer ces informations sous une forme appropriée à leur exploitation, sachant que l'état d'un système est caractérisé par des grandeurs physiques ou chimiques appelées mesurandes.
- Assigner une valeur (un nombre) à un mesurande.

- Le capteur, placé en tête de la chaîne d'acquisition, transforme le mesurande en signal électrique (en général une tension). Le circuit de conditionnement optimise les caractéristiques du signal de sortie du capteur (filtrage du bruit, amplification, suppression de composante continue...). Une conversion analogique/numérique du signal peut également être faite afin par exemple de rendre la mesure exploitable par un ordinateur.

II.4.1. Structure d'une Chaîne de mesure et acquisition de données :

Une Chaîne de mesure et acquisition de données peut se représenter selon la figure suivante :

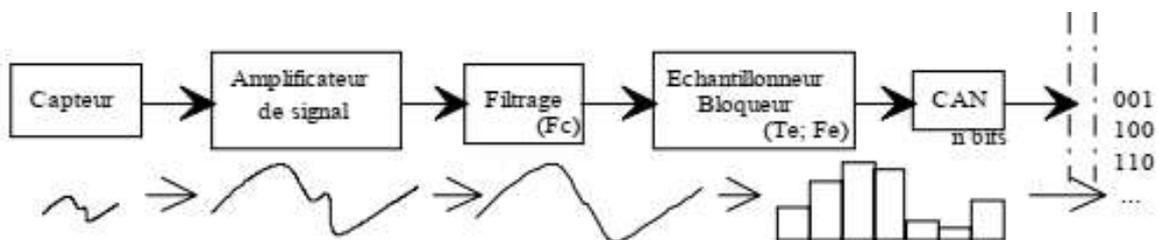


Figure II.9: Structure d'une Chaîne de mesure et acquisition de données. [14]

Elle est souvent associée à une chaîne de restitution qui fonctionne dans le sens inverse de la précédente

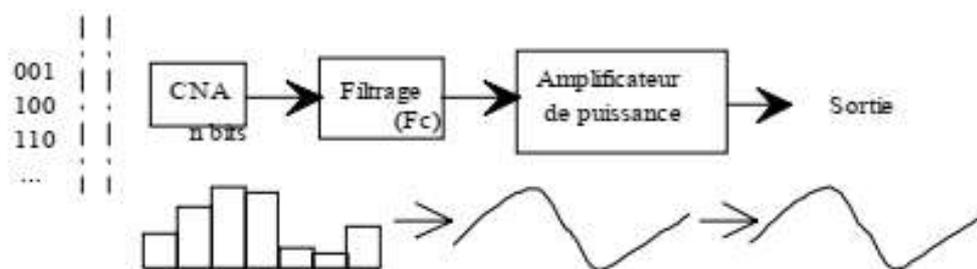


Figure II.10: Structure de la chaîne de restitution.

On peut définir très simplement le rôle de chacun des éléments : [14]

- **Capteur** : Il est l'interface entre le monde physique et le monde électrique. C'est un transducteur qui va délivrer un signal électrique image du phénomène physique que l'on souhaite numériser. Il est toujours associé à un circuit de mise en forme.
- **Amplificateur de signal** : Cette étape permet d'adapter le niveau du signal issu du capteur à la chaîne globale d'acquisition.

- **Filtre d'entrée** : Ce filtre est communément appelé filtre anti-repliement. Son rôle est de limiter le contenu spectral du signal aux fréquences qui nous intéressent. Ainsi il élimine les parasites. C'est un filtre passe bas que l'on caractérise par sa fréquence de coupure et son ordre.
- **L'échantillonneur** : Son rôle est de prélever à chaque période d'échantillonnage (T_e) la valeur du signal. On l'associe de manière quasi-systématique à un bloqueur. Le bloqueur va figer l'échantillon pendant le temps nécessaire à la conversion. Ainsi durant la phase de numérisation, la valeur de la tension de l'échantillon reste constante assurant une conversion aussi juste que possible. On parle d'échantillonneur bloqueur
- **Le convertisseur analogique numérique (CAN)** : Il transforme la tension de l'échantillon (analogique) en un code binaire (numérique).
- **La zone de stockage** : Elle peut être un support de traitement (DSP, ordinateur), un élément de sauvegarde (RAM, Disque dur) ou encore une transmission vers un récepteur situé plus loin.
- **Le convertisseur numérique analogique (CNA)** : Il effectue l'opération inverse du CAN, il assure le passage du numérique vers l'analogique en restituant une tension proportionnelle au code numérique.
- **Le filtre de sortie** : Son rôle est de « lisser » le signal de sortie pour ne restituer que le signal utile. Il a les mêmes caractéristiques que le filtre d'entrée.
- **Amplificateur de puissance** : Il adapte la sortie du filtre à la charge.

II.5. Représentation fréquentielle du signal :

On a pour habitude de décrire les signaux en fonction de la variable temporelle t car notre perception des phénomènes physiques nous y incite. Généralement, la connaissance des propriétés spectrales d'un signal est primordiale. Ainsi, on utilise souvent une représentation en fonction de la fréquence pour caractériser un signal ou un système.

L'analyse de Fourier est l'outil mathématique principal qui permet le passage de la représentation temporelle à la représentation fréquentielle. En effet ce passage permet de décomposer un signal en éléments sinusoïdaux, chaque sinusoïde représente une fréquence, ce que permet d'obtenir des renseignements sur la distribution fréquentielle.

II.6. Transformée de Fourier :

Un signal numérique dans le temps peut être transformé dans le domaine fréquentiel au moyen de la transformée en Z ou de la transformée de Fourier [15]. De manière générale, un signal périodique $s(t)$ peut se représenter sous la forme d'une somme de signaux sinusoïdaux, selon l'expression (1) appelée également transformée de Fourier inverse :

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) e^{j2\pi \cdot f \cdot t} df \quad (\text{II.1})$$

Où : $S(f)$ est un nombre complexe définissant l'amplitude et la phase de chaque composante de fréquence. Le terme $S(f)$ constitue la transformée de Fourier du signal temporel $s(t)$ éventuellement complexe, sa définition est donnée par l'équation (II.2) :

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-j2\pi \cdot f \cdot t} dt \quad (\text{II.2})$$

L'expression (II.2) correspond à la forme continue de la transformée de Fourier.

II.7. Passage de la TF à TFD :

Le traitement du signal par transformée de Fourier pose cependant un certain nombre de problèmes. En effet un ordinateur ne peut traiter que des signaux numériques, ceux-ci sont obtenus après un échantillonnage et une quantification. De plus, un calcul de transformée de Fourier est une somme d'une infinité d'échantillons.

Un calculateur numérique ne peut traiter que des nombres et de plus en quantité limitée par la taille de sa mémoire. Donc il faut remplacer la variable continue par variable discrète, et il faut limiter la durée du signal, ceci implique l'introduction la Transformation de Fourier Discrète (TFD) quand il s'agit de calculer la transformée de Fourier d'une fonction à l'aide d'un tel opérateur.

II.8. Transformation de Fourier Discrète (TFD) :

La numérisation de signal analogique $x(t)$ est acquis à un rythme régulier dicté par la période d'échantillonnage T_e et est stocker en mémoire d'ordinateur sous forme nombres $x[nT_e]$ Figure (II.11).

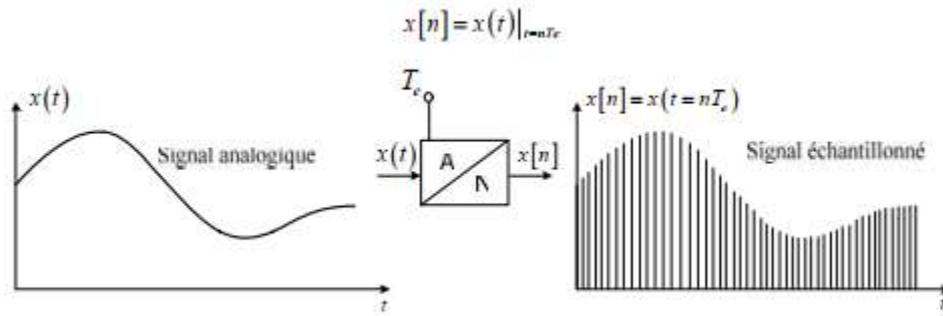


Figure II.11: Acquisition numérique d'un signal analogique.

En limitant l'ensemble des nombres sur lesquels portent les calculs à une valeur finie N , le calcul fournit alors des nombres $X(f)$ définis par : [16]

$$X(f) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT) e^{-j2\pi \cdot f \cdot nT} \quad (\text{II.3})$$

Comme le calculateur est limité dans sa puissance de calcul, il ne peut fournir ces résultats que pour un nombre limité de valeurs de la fréquence f ; qu'il est naturel de choisir multiples d'un certain pas de fréquence Δf . Alors :

$$X(k, \Delta f) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT) e^{-j2\pi \cdot nk \cdot \Delta f \cdot T} \quad (\text{II.4})$$

Un choix simplificateur intéressant consiste à prendre : $\Delta f = \frac{1}{NT}$, on peut alors vérifier qu'il existe seulement N valeurs différentes dans la suite des $X(k/NT)$ qu'est une suite périodique est de période N puisque:

$$X[(k + N)/NT] = X(k/NT) \quad (\text{II.5})$$

La suite des $X(k/NT)$ est obtenue par transformation de Fourier de la suite des $x(nT)$ qui est une suite périodique et de période NT

La transformée de Fourier Discrète et la transformée inverse établissent entre ces deux suites, les relations suivantes respectivement :

$$X(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi \cdot \frac{nk}{N}} \quad (\text{II.6})$$

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{j2\pi \cdot \frac{nk}{N}} \quad (\text{II.7})$$

- n et k représentent respectivement les variables discrètes et normalisées de l'espace original (temporels) et de l'espace transformé (fréquentiels).
- N est une puissance de 2, représente le nombre des valeurs discrètes et successives des variables n et k .
- $x(n)$ représente le vecteur temporel
- $X[k]$ désigne le vecteur fréquentiel
- N représente la longueur de la DFT/IDFT
- $1/N$ est un facteur de pondération utilisé dans l'expression de l'IDFT afin d'obtenir les mêmes coefficients que dans la décomposition en série de Fourier.

II.8.1. Mise en forme de la TFD :

Nous avons vu que la transformée de Fourier discrète d'un signal $X(k)$ s'écrit :

$$X(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j.2\pi.\frac{nk}{N}} \quad (\text{II.9})$$

Ou encore :

$$X(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{kn} \quad (\text{II.10})$$

On définit W_N le facteur de phase ou coefficient de transformation (en anglais twiddle factor) qui est le coefficient complexe, utilisé pour combiner les résultats d'une étape précédente afin de former l'entrée de l'étape suivante :

$$W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}} = \cos\left(\frac{2\pi}{N}\right) + j \sin\left(\frac{2\pi}{N}\right) \quad (\text{II.11})$$

Les affixes des nombres

$$W_N^n = e^{-j.n.\frac{2\pi}{N}} = \cos\left(n.\frac{2\pi}{N}\right) + j \sin\left(n.\frac{2\pi}{N}\right) \quad (\text{II.12})$$

Le temps et la fréquence sont discrétisés. W^n sont les racines de l'équation $Z^N - 1 = 0$ Ou racines N nièmes de l'unité. Ils divisent le cercle unité en N angles égaux comme le montre la figure(II.12).

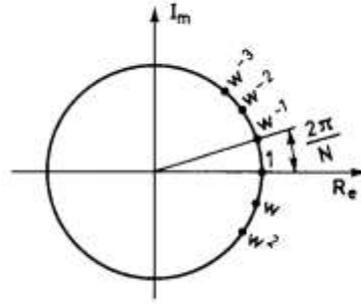


Figure II.12: Affixes des coefficients de la TFD

Le facteur W_N (facteur de rotation) vérifie :

- $W_N^{2N} = e^{j.2\pi.L} = 1$
- $W_N^{\frac{N}{2}} = e^{j.\pi} = -1$
- Périodicité : $W_N^{k+N} = W_N^k$
- Symétrie : $W_N^{K+\frac{N}{2}} = e^{j.2\pi\frac{k}{N}} e^{j.\pi} = -W_N^k$
- Puissance : $W_N^2 = e^{2j.\frac{2\pi}{N}} = e^{\frac{2\pi}{2}} = -W_N^{\frac{N}{2}}$
- propriété d'orthonormalité : $\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} W_N^{nk} = \begin{cases} 1 & \text{pour } k = lN \\ 0 & \text{partout ailleurs} \end{cases}$

On développant l'expression de $X(k)$, sans le facteur multiplicatif pour simplifier les calculs, d'abord selon n :

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W_N^{kn} \quad k = 0,1,\dots,N-1 \quad (\text{II.13})$$

$$X(k) = W_N^{0 \times k} x(0) + W_N^{1 \times k} x(1) + \dots + W_N^{(N-1) \times k} x(N-1) \quad k = 0,1,\dots,N-1 \quad (\text{II.14})$$

Puis selon k :

$$X(0) = W_N^{0 \times 0} x(0) + W_N^{1 \times 0} x(1) + \dots + W_N^{(N-1) \times 0} x(N-1) \quad (\text{II.15})$$

$$X(1) = W_N^{0 \times 1} x(0) + W_N^{1 \times 1} x(1) + \dots + W_N^{(N-1) \times 1} x(N-1) \quad (\text{II.16})$$

.....

$$X(N-1) = W_N^{0 \times (N-1)} x(0) + W_N^{1 \times (N-1)} x(1) + \dots + W_N^{(N-1) \times (N-1)} x(N-1) \quad (\text{II.17})$$

Et on notation matricielle :

$$\begin{bmatrix} X(0) \\ \dots \\ X(N-2) \\ X(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_N^{0 \times 0} & \dots & \dots & W_N^{(N-2) \times 0} & W_N^{(N-1) \times 0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_N^{0 \times (N-2)} & \dots & \dots & \dots & W_N^{(N-1) \times (N-2)} \\ W_N^{0 \times (N-1)} & \dots & W_N^{(N-2) \times (N-1)} & W_N^{(N-1) \times (N-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) \\ \dots \\ x(N-2) \\ x(N-1) \end{bmatrix} \quad (\text{II.18})$$

et sous forme compacte :

$$[X] = [W][x] \quad (\text{II.19})$$

$[W]$: Matrice de coefficients de dimension $N \times N$

$[x]$: Matrice d'entrée de la DFT de dimension $N \times 1$

- Les éléments de la première ligne et de la première colonne sont tous égaux à 1
- Le calcul direct d'une DFT correspond à la sommation d'un produit pour chaque point. Ceci est équivalent à une quantité de calculs considérable. En effet, si N est élevé, selon les formules données en (II.6) et (II.7) la DFT revient à calculer un produit matrice-vecteur où chaque élément est de type complexe. La complexité de calcul de la DFT est donc de : N^2 multiplications et $N(N-1)$ additions sur des nombres complexes.

Par exemple, avec $N=3$, on obtient le résultat suivant :

$$\begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ X(2) \\ X(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -j & -1 & j \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & j & -1 & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ x(2) \\ x(3) \end{bmatrix} \quad (\text{II.20})$$

II.9. Transformée de Fourier Rapide (FFT) :

La TFR est un algorithme de calcul rapide de la transformée de Fourier. Elle est basée sur une réduction des calculs permise par les propriétés de l'exponentielle complexe. La découverte de transformée de Fourier rapide en 1965 par Cooley et Tukey a été d'une

importance majeure pour le traitement de signal car elle a permis d'envisager l'analyse spectrale numérique de signaux de longue durée en temps raisonnablement courts. L'algorithme de Cooley et Tukey a très vite été connu sous le nom de transformée rapide de Fourier (TFR)

La transformée rapide de Fourier s'applique à un nombre N de points égal à une puissance de 2 : 64, 128, 256, 512, 1024, etc. En effet, elle consiste à décomposer une TF de N points en 2 TF de $N/2$ points. Cette décomposition réduit le nombre de calculs. Elle est répétée jusqu'à arriver à des TF de 2 points.

En effet, le coût de calcul de ces 2 TF est $2 \times (N/2)^2$, soit la moitié de N^2 . Comme ce gain de 2 est répété à chaque étape, la réduction totale est très importante. On peut démontrer que le nombre de multiplications est:

$$\frac{N}{2} \log_2(N)$$

Et le nombre d'additions :

$$N \log_2(N)$$

Il existe deux versions de l'algorithme :

- FFT avec entrelacement temporel,
- FFT avec entrelacement fréquentiel.

II.9.1. FFT avec entrelacement temporel :

Pour constater la réduction du nombre de calculs, on décompose l'expression de la transformée de Fourier discrète (TFD) selon les indices pairs et impairs des échantillons de signal. On reprend l'expression de la TFD :

$$X(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{kn} \quad \text{avec} \quad W_N = e^{j \frac{2\pi}{N}} \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (\text{II.21})$$

Pour les termes pairs on remplace n par $2n$, pour les termes impairs on remplace n par $2n+1$. Puis on fait varier n de 0 à $(N/2)-1$ dans les deux cas. Ainsi :

- $2n$ varie de 0 à $N-2$ par pas de 2
- $2n+1$ varie de 1 à $N-1$ par pas de 2

On a donc bien toutes les valeurs comprises entre 0 et $N-1$ prises en compte. On décompose alors $X(k)$ sous la forme :

$$X(k) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2n)W_N^{k2n} + \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2n+1)W_N^{k(2n+1)} \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (\text{II.22})$$

$$X(k) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2n)W_N^{k2n} + \left[\sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2n+1)W_N^{k(2n)} \right] W_N^k \quad (\text{II.23})$$

Or :

$$W_N^{2k} = \exp\left(-j \frac{2\pi \cdot 2k}{N}\right) = \exp\left(-j \frac{2\pi k}{\frac{N}{2}}\right) = W_{N/2}^k \quad (\text{II.24})$$

On peut écrire:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2n)W_{N/2}^{kn} + \left[\sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2n+1)W_{N/2}^{kn} \right] W_N^k \quad (\text{II.25})$$

On peut reconnaître dans cette forme deux TFD de $N/2$ points : l'une pour les termes pairs de $X(k)$, l'autre pour ses termes impairs. On peut écrire $X(k)$ sous la forme :

$$X(k) = G(k) + W_N^k H(k) \quad (\text{II.26})$$

Où :

- $G(k)$ est la TFD des termes pairs
- $H(k)$ la TFD de ses termes impairs.

Bien que n varie de 0 à $N-1$, $G(n)$ et $H(n)$ ne seront calculées que pour $N/2$ valeurs. Ainsi apparaît l'idée de base de la FFT qui est de décomposer une TFD d'ordre N en plusieurs TFD d'ordres inférieurs car on peut vérifier dans ce cas que le nombre d'opérations effectuées est plus réduit. On peut vérifier que le nombre de multiplications est de $(N/2)^2 + (N/2)^2 = N^2/2$, au lieu de N^2 .

De manière similaire, on pourrait démontrer que l'on a :

$$X(k + \frac{N}{2}) = G(k + \frac{N}{2}) + W_N^{k+\frac{N}{2}} H(k + \frac{N}{2}) \tag{II.27}$$

En exploitant les propriétés de W_N , on trouve alors :

$$X(k + \frac{N}{2}) = G(k) - W_N^k H(k) \tag{II.28}$$

L'ensemble des calculs intervenant dans les équations (II.26 et II.28) peut être représenté par le diagramme de fluence de la figure(II.13). Cette structure de base est appelée une opération papillon "croisillon ". Les deux nœuds à gauches représentent les échantillons $H(k)$ et $G(k)$ et les deux nœuds à droite (nœuds puits) sont sollicités par les deux précédents (nœuds sources). A travers deux branches est munie d'un coefficient multiplicatif, l'absence de ce coefficient signifie que sa valeur est égale à l'unité:

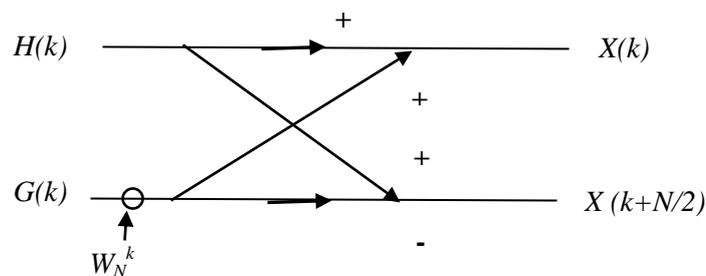


Figure II.13: structure papillon.

Le diagramme de fluence à l'une des DFT d'ordre2 est représenté sur la figure(II.14).Chaque décomposition est appelée étape intermédiaire.

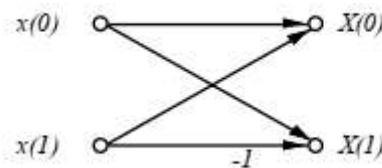


Figure II.14: Papillon d'une TFD à 2 points.

Si l'ordre de la DFT est une puissance de 2 : $N = 2^M$, le nombre d'étapes intermédiaires est donné par :

$$M = \log_2 N$$

L'application pour le cas $N=8$ est représentée graphiquement à la figure II.15

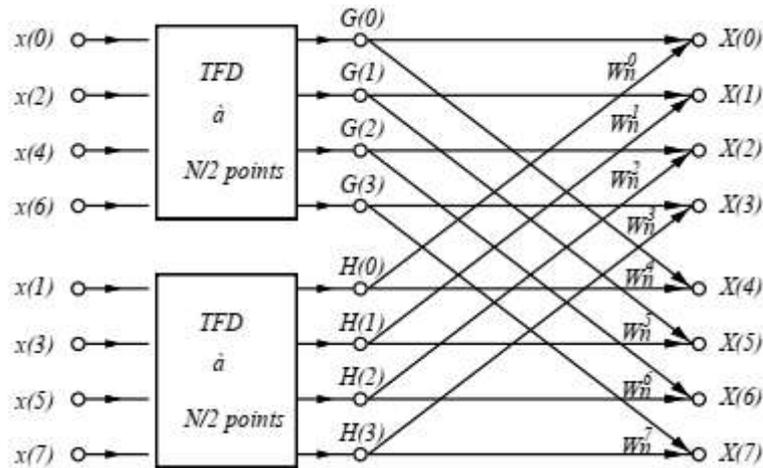


Figure II.15: Décomposition d'une TFD d'ordre 8 en 2 TFD d'ordre 4.

Le processus de décomposition est répète jusqu' à ce que des DFT d'ordre 2 sont engendrés. Chacune des DFT d'ordre $N/2$ est composée en deux DFT d'ordre $N/4$. Les échantillons intervenant dans le calcul de chaque DFT d'ordre $N/2$ sont de nouveau groupés en deux suites de $N/4$ valeurs. La première suite sera formée par les échantillons d'indice pair et la deuxième suite sera formée par les échantillons d'indice impair.

Pour le cas précédent $N=8$, nous pouvons de nouveau décomposer les TFD à 4 points en des TFD à 2 points. On obtient (Figure II.15) :

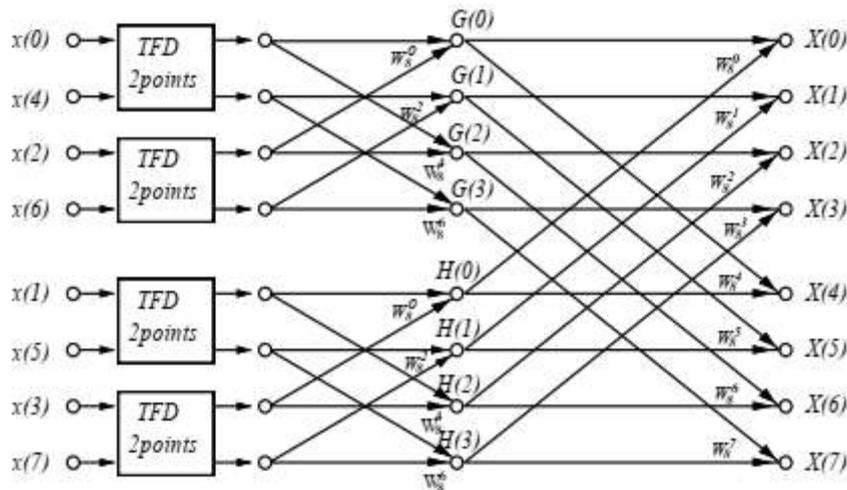


Figure II.16: Décomposition d'une TFD d'ordre 8 en 4 TFD d'ordre 2.

En injectant cette structure dans le graphe de la figure précédente on obtient :

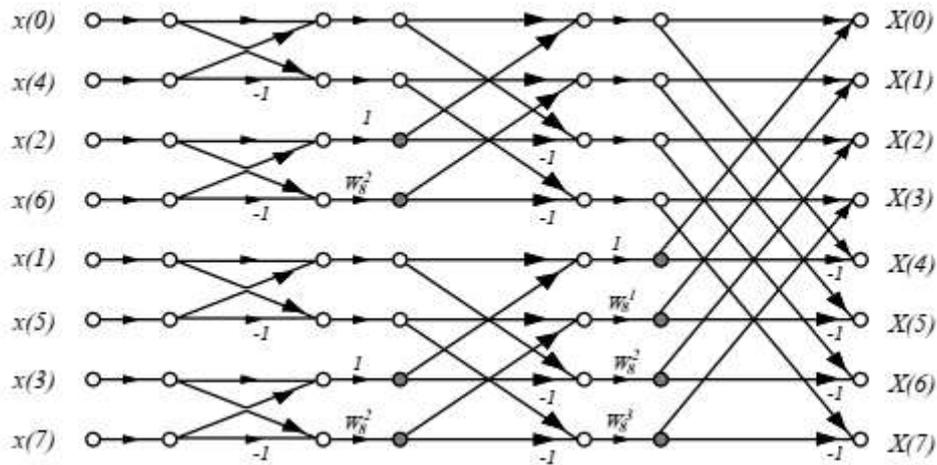


Figure II.17: Transformée d'ordre 8 avec entrelacement temporel.

Bien que ce graphe paraisse assez simple, l'élaboration d'un algorithme général fonctionnant pour toutes les valeurs de N n'est pas sans difficultés.

II.9.2. Mise en œuvre de l'algorithme :

De la figure (II.17), on remarque que les indices de la séquence d'entrée sont désordonnés et ceux la séquence de sortie apparaissent dans un ordre naturel. Ce désordre est dû aux entrelacements successifs et se traduit par une inversion de la représentation binaire des indices. Il faut donc commencer par écrire un algorithme réalisant ce classement, dit classement binaire inversé.

En effet, on remarque que si on écrit les indices ordonnés en binaire et si on inverse l'ordre de droite à gauche, on obtient le classement recherché.

Tableau II.1 : Passage de l'ordre naturel des bits à l'ordre des bits inversés.

indices non classés	Binaire	Binaire inversé	indices classés
0	000	000	0
1	001	100	4
2	010	010	2
3	011	110	6
4	100	001	1
5	101	101	5
6	110	011	3
7	111	111	7

Cette propriété pour écrire un algorithme de classement mais pourrait être utilisé mais il est plus commode d'écrire un algorithme qui retrace la démarche qui consiste à décomposer une TFD en d'autres TFD d'ordre plus faible. Cette démarche est la suivante :

- Départ de la séquence initiale $x(n)$ avec les indices non classés (dans l'ordre) et construire deux séquences, l'une contenant les éléments d'ordre (d'indice) impair et l'autre les éléments d'ordre pair.
- Refaire la même opération avec chaque séquence jusqu'à ce qu'on obtienne des séquences à deux éléments.

Pour l'exemple de $N=8$:

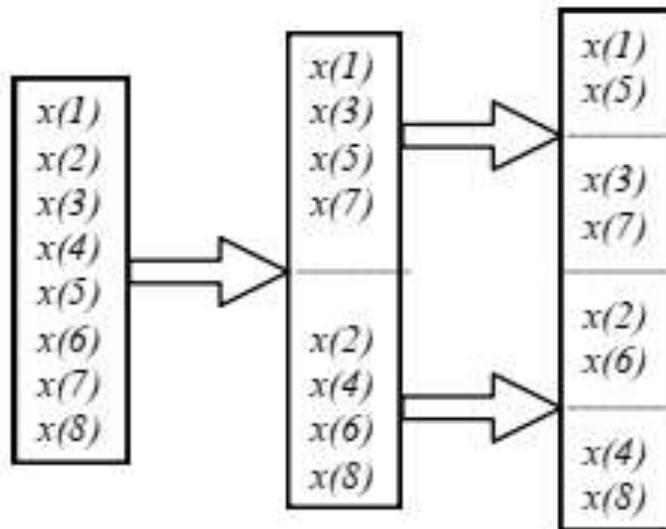


Figure II.18: Démarche de l'algorithme de classement.

- La première séquence (étage) contient 1 paquet de 8
- Le deuxième étage contient 2 paquets de 4
- Le troisième étage contient 4 paquets de 2

D'une façon générale le nombre d'étage est n tel que $N = 2^n$

II.9.3. FFT avec entrelacement fréquentiel :

Cet algorithme est symétrique du précédent. Les données temporelles $x(n)$ restent dans l'ordre naturel, mais les résultats $X(k)$ sont désordonnés. Le principe consiste encore à décomposer le calcul de la TFD d'ordre $N = 2^l$ en l étapes successives. Dans l'entrelacement fréquentiel, le nombre de calculs est le même que dans l'entrelacement temporel ; les nombres à transformer $x(n)$ apparaissent dans l'ordre naturel alors que les nombres transformés $X(k)$ sont permutés.

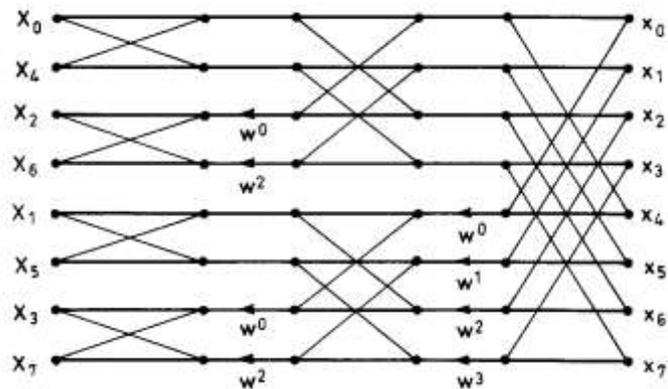


Figure II.19: Transformée d'ordre 8 avec entrelacement fréquentiel.

II.10. Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons invoqué principalement les généralités de base et les définitions du traitement du signal, ainsi que les méthodes d'analyse du signal. La transformé de Fourier rapide(FFT) qui est un algorithme de calcul de la transformation de Fourier discrète (TFD) a été particulièrement détaillé.

Chapitre III.

L'analyse par FFT

III.1. Introduction :

Dans ce chapitre nous développons et réalisons notre propre algorithme FFT l'outil de base pour l'analyse spectrale des signaux. Nous appliquons l'algorithme pour l'analyse des défauts d'une machine : une pompe à eau. Les signaux vibratoire sont détecte par le capteur de MPU6050.

III.2. MPU-6050 Accelerometer + Gyro :

Le module capteur MPU6050 se compose d'un accéléromètre à 3 axes, d'un gyroscope à 3 axes et d'un capteur de température intégré. Il peut être utilisé pour mesurer des paramètres tels que l'accélération, la vitesse, l'orientation, le déplacement, etc.[17]

Le MPU6050 est basé sur la technologie Micro-Mechanical Systems (MEMS). Il contient 16 bits analogiques dans le convertisseur numérique pour chaque canal. Il peut donc capturer les canaux x, y et z en même temps. Le capteur utilise le bus I2C pour interagir avec Arduino ou tout autre microcontrôleur. Le module capteur MPU-6050 utilisé dans de nombreuses applications comme les drones, les robots, les capteurs de mouvement. Ce capteur est également appelé gyroscope ou accéléromètre à trois axes.

Le module MPU6050 est de petite taille et a une faible consommation d'énergie, une répétition élevée, une tolérance élevée aux chocs et des prix bas pour l'utilisateur. Le MPU6050 est livré avec un bus I2C et une interface de bus auxiliaire I2C et peut facilement interférer avec d'autres capteurs tels que les magnétomètres et les microcontrôleurs. [18]

Ce capteur est idéal pour déterminer l'orientation d'un objet en mouvement.

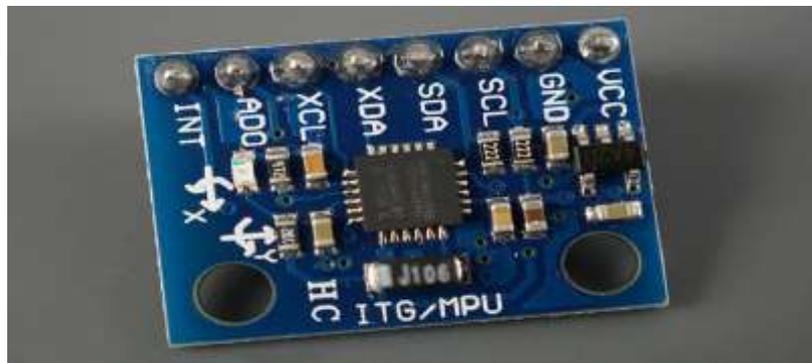


Figure III.1: Présentation du capteur accéléromètre gyroscope MPU-6050.

III.2.1. Le gyroscope

Le gyroscope mesure la vitesse de rotation (rad/s), c'est l'évolution de la position angulaire au cours du temps le long des axes X, Y et Z (roulis, tangage et lacet). Cela nous permet de déterminer l'orientation d'un objet.

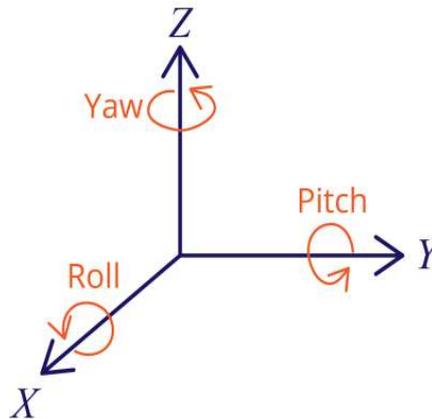


Figure III.2: l'évolution de la position angulaire de gyroscope.

III.2.2. L'accéléromètre

L'accéléromètre mesure l'accélération (taux de variation de la vitesse de l'objet). Il détecte les forces statiques comme la gravité ($9,8 \text{ m/s}^2$) ou les forces dynamiques comme les vibrations ou le mouvement. Le MPU-6050 mesure l'accélération sur les axes X, Y et Z. Idéalement, dans un objet statique, l'accélération sur l'axe Z est égale à la force gravitationnelle, et elle devrait être nulle sur les axes X et Y.

En utilisant les valeurs de l'accéléromètre, il est possible de calculer les angles de roulis et de tangage à l'aide de la trigonométrie. Cependant, il n'est pas possible de calculer le lacet.

Nous pouvons combiner les informations des deux capteurs pour obtenir des informations plus précises sur l'orientation du capteur.

III.2.3. Brochage MPU-6050 [19]

Tableau III.1 : Brochage du module de capteur MPU-6050.

VCC	Alimenter le capteur (3.3V ou 5V)
GND	GND commun
SCL	Broche SCL pour la communication I2C (GPIO 22)
SDA	Broche SDA pour la communication I2C (GPIO 21)
XDA	Utilisé pour interfacier d'autres capteurs I2C avec le MPU-6050
XCL	Utilisé pour interfacier d'autres capteurs I2C avec le MPU-6050
AD0	Utilisez cette broche pour changer l'adresse I2C
INT	Broche d'interruption - peut être utilisée pour indiquer que de nouvelles données de mesure sont disponibles.

III.3. Protocole de communication de bus i2c [20]

I²C (signifie : Inter-Integrated Circuit, en anglais), I²C est un bus série synchrone bidirectionnel half-duplex, où plusieurs équipements, maîtres ou esclaves, peuvent être connectés au bus.

Les échanges ont toujours lieu entre un seul maître et un (ou tous les) esclave(s), toujours à l'initiative du maître (jamais de maître à maître ou d'esclave à esclave).

La connexion est réalisée par l'intermédiaire de deux lignes :

- SDA (Serial Data Line) : ligne de données bidirectionnelle,
- SCL (Serial Clock Line) : ligne d'horloge de synchronisation bidirectionnelle.

Les 2 lignes sont tirées au niveau de tension V_{DD} à travers des résistances de pull-up (R_p).

Le nombre maximum d'équipements est limité par le nombre d'adresses disponibles, 7 bits d'adressage et un bit R/W (lecture ou écriture), soit 128 périphériques.

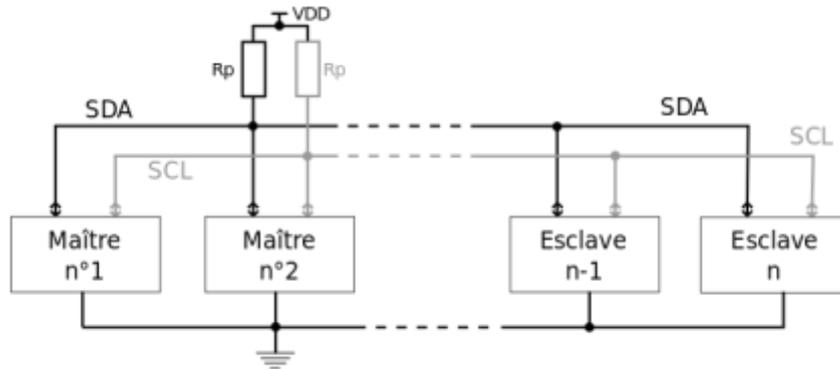


Figure III.3: Les échanges entre un seul maître et un (ou tous les) esclave(s).

➤ **Codage des bits :**

Le niveau (« HIGH » ou « LOW ») de la ligne SDA doit être maintenu stable pendant le niveau « HIGH » sur la ligne SCL pour la lecture du bit.

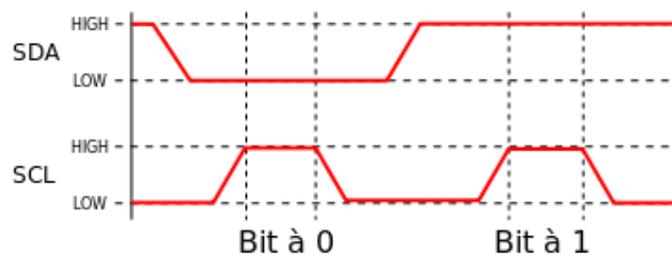


Figure III.4: signal de codage des bites.

➤ **Temps et vitesses :**

Il existe cinq vitesses de transmission :

- « Standard mode (Sm) » ≤ 100 kbit/s,
- « Fast mode (Fm) » ≤ 400 kbit/s,
- « Fast plus mode (Fm+) » ≤ 1 Mbit/s,
- « High-speed mode (Hs-mode) » $\leq 3,4$ Mbit/s,
- « Ultra-fast mode (UFm) » ≤ 5 Mbit/s, unidirectionnel uniquement.

Le bus étant synchrone, le maître impose l'horloge via la ligne SCL, il existe des temps minimum à respecter pour les paliers des niveaux « LOW » et « HIGH » sur cette ligne :

Tableau III.2 : Temps et vitesses de transmission.

Mode	t_{LOWmin}	t_{HIGHmin}
Standard	4,7 μs	4 μs
Fast	1,3 μs	0,6 μs
Fast plus	0,5 μs	0,26 μs

Pour les deux vitesses supérieures, les temps dépendent de la capacité du bus (C_B).

➤ **Échange maître ↔ esclave :**

Le message peut être décomposé en deux parties¹ :

- Le maître est l'émetteur, l'esclave est le récepteur :
 - émission d'une condition de START par le maître (« S »),
 - émission de l'octet ou des octets d'adresse par le maître pour désigner un esclave, avec le bit R/W à 0 (voir la partie sur l'adressage ci-après),
 - réponse de l'esclave par un bit d'acquittement ACK (ou de non-acquittement NACK),
 - après chaque acquittement, l'esclave peut demander une pause (« PA »).
 - émission d'un octet de commande par le maître pour l'esclave,
 - réponse de l'esclave par un bit d'acquittement ACK (ou de non-acquittement NACK),
 - émission d'une condition de RESTART par le maître (« RS »),
 - émission de l'octet ou des octets d'adresse par le maître pour désigner le même esclave, avec le bit R/W à 1.

- réponse de l'esclave par un bit d'acquittement ACK (ou de non-acquittement NACK).
- Le maître devient récepteur, l'esclave devient émetteur :
 - émission d'un octet de données par l'esclave pour le maître,
 - réponse du maître par un bit d'acquittement ACK (ou de non-acquittement NACK),
 - (émission d'autres octets de données par l'esclave avec acquittement du maître),
 - pour le dernier octet de données attendu par le maître, il répond par un NACK pour mettre fin au dialogue,
 - émission d'une condition de STOP par le maître (« P »).

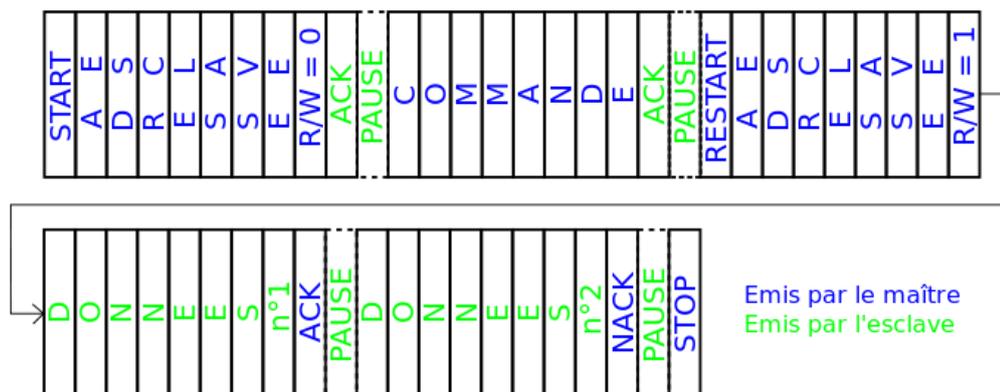


Figure III.5: le message enter maître ↔ esclave.

➤ **Condition de START :**

La condition de START est une transgression de la règle de codage des bits qui est utilisée par le maître pour signifier le début d'une trame.

Cette condition est caractérisée par le passage de la ligne SDA du niveau « HIGH » au niveau « LOW » pendant que la ligne « SCL » est maintenue au niveau « HIGH ».

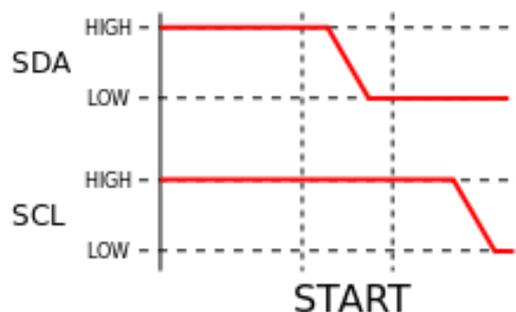


Figure III.6: Signal de START.

➤ **Adressage sur 7 bits**

L'octet d'adressage peut être scindé en deux parties :

- les sept premiers bits correspondent à l'adresse proprement dite,
- le dernier bit est nommé R/W :
 - s'il est à 0, le maître signale qu'il va envoyer des octets, et donc que l'esclave doit les lire,
 - s'il est à 1, le maître indique qu'il veut recevoir des octets, et donc que l'esclave doit les fournir.

On peut également considérer que l'adresse est codée sur les 8 bits, chaque esclave a alors deux adresses, l'adresse paire qui sert à lui envoyer des données, l'adresse impaire pour lui demander d'en envoyer.

Plusieurs adresses sont réservées :

- « 00000000 » : utilisée pour adresser tous les esclaves (« broadcast »),
- « 0000001X » : utilisée pour accéder aux composants CBUS (ancêtre de l'I²C),
- « 0000010X » : réservée pour d'autres systèmes de bus,
- « 0000011X » : réservée pour des utilisations futures,
- « 00001XXX » : pour les composants haute-vitesse,
- « 11111XXX » : réservée pour des utilisations futures,
- « 11110yzX » : permet de préciser une adresse sur 10 bits.

➤ **Adressage sur 10 bits**

Dans le cas d'un adressage sur 10 bits, il faut utiliser deux octets.

Le premier est l'octet « 11110yz0 » (comme précisé ci-dessus), les bits « yz » sont les 2 bits de poids forts de l'adresse, le bit R/W est toujours placé à 0.

Le deuxième octet est utilisé pour les 8 bits de poids faibles de l'adresse, il n'y a pas de bit R/W.

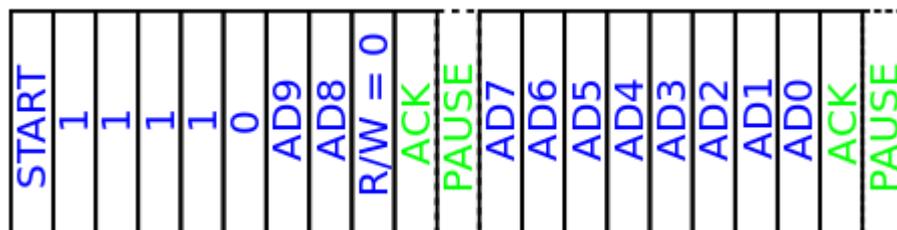


Figure III.7: adressage de 10bit.

À la suite de l'émission du premier octet, plusieurs esclaves parmi ceux ayant une adresse sur 10 bits peuvent répondre par un ACK (ceux qui ont les mêmes 2 bits de poids fort). Peu importe, à l'issue du 2^e octet, seul l'esclave auquel on s'est adressé répondra.

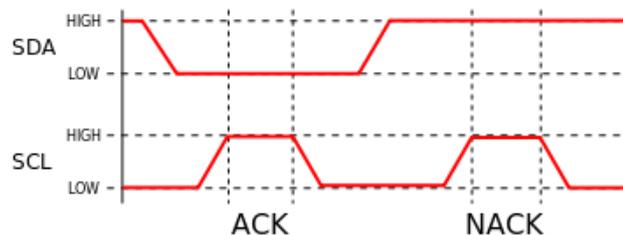
Le bit R/W étant toujours placé à 0, pour demander à un esclave d'écrire, à la suite de l'émission des 2 octets précédents, il faut renvoyer une condition de RESTART suivie de l'octet « 11110yz1 » (avec le bit R/W à 1), pour que l'esclave sache qu'il s'agit d'une commande de lecture.

**Figure III.8:** Adressage à la suite de l'émission.

➤ **Acquittement :**

Le récepteur positionne le bit d'acquittement à :

- « ACK », en forçant la ligne SDA au niveau « LOW », pour signaler la bonne réception de l'octet, équivalent à un bit à 0,
- « NACK », en laissant la ligne SDA au niveau « HIGH », pour signaler un défaut dans la réception de l'octet, équivalent à un bit à 1.

**Figure III.9:** Signal d'ACK et NACK.

Si le récepteur est dans l'incapacité de recevoir l'octet, il ne positionnera pas le bit d'acquittement, et celui-ci sera de facto un NACK.

Quand le maître est le récepteur, il positionne également le bit d'acquittement à NACK pour interrompre le dialogue, avant d'envoyer la condition de STOP

➤ **Pause (clock stretching) :**

À tout moment, l'esclave peut « bloquer » la ligne SCL au niveau « LOW » pour signaler qu'il est occupé.

Lorsque le maître fournit un niveau « HIGH » sur la ligne SCL, il détecte l'écrasement. Le maître doit continuer à fournir le niveau « HIGH » sur la ligne.

Lorsque l'esclave est à nouveau prêt, il libère la ligne SCL et celle-ci prend alors immédiatement le niveau « HIGH », le cycle repère.

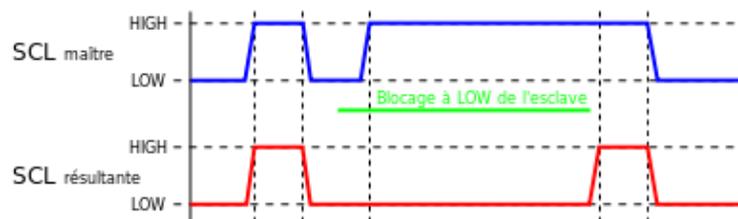


Figure III.10: Signal de pause.

➤ **Condition de RESTART :**

La condition de RESTART est une transgression de la règle de codage des bits qui est utilisée par le maître pour signifier le début d'une nouvelle trame dès la fin de la trame précédente sans passer par une condition de STOP.

La condition de RESTART est similaire à la condition de START, à cela près que la ligne SCL doit d'abord passer du niveau « LOW » au niveau « HIGH ».



Figure III.11: Signal de restart.

➤ **Condition de STOP :**

La condition de STOP est une transgression de la règle de codage des bits qui est utilisée par le maître pour signifier la fin d'une trame.

Cette condition est caractérisée par le passage de la ligne SDA du niveau « LOW » au niveau « HIGH » pendant que la ligne SCL est maintenue au niveau « HIGH ».

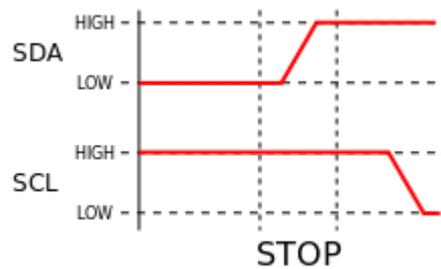


Figure III.12: le signal de stop.

III.4. Programme de L'acquisition des donnés :

Nous avons écrit un programme d'acquisition des donnés en langage python dans l'environnement the uPyCraft IDE for MicroPython on a Windows PC, qui permet de prendre des données mesurées par le capteur MPU6050 et de les transmettre au microcontrôleur, via le bus I2C avec une mode de lecture « *little endian and big endian* ». Comme indiqué ci-dessous :

```
#include <Wire.h>
const int MPU_addr=0x68; // I2C address of the MPU-6050
int16_t AcX,AcY,AcZ,Tmp,GyX,GyY,GyZ;// define some variables to store the Accelerometer
and Gyroscope values.
void setup(){//Dans la boucle void setup (), initialisez le débit en bauds, la bibliothèque de fils, la
transmission de données via le registre de gestion de l'alimentation..
  Serial.begin(115200);
  Wire.begin();
  Wire.beginTransmission(MPU_addr);
  Wire.write(0x6B); // PWR_MGMT_1 register
  Wire.write(0); // set to zero (wakes up the MPU-6050)
  Wire.endTransmission(true);// end transmission
  Serial.println("Wrote to IMU");
  Serial.println("Connecting to ");
void mpu_read(){//read all the six registers for the X, Y, and Z axes of Accelerometer and
Gyroscope.
  Wire.beginTransmission(MPU_addr);
  Wire.write(0x3B); // starting with register 0x3B (ACCEL_XOUT_H)
  Wire.endTransmission(false);
  Wire.requestFrom(MPU_addr,14,true); // request a total of 14 registers
  AcX=Wire.read()<<8|Wire.read(); // 0x3B (ACCEL_XOUT_H) & 0x3C (ACCEL_XOUT_L)
  AcY=Wire.read()<<8|Wire.read(); // 0x3D (ACCEL_YOUT_H) & 0x3E (ACCEL_YOUT_L)
  AcZ=Wire.read()<<8|Wire.read(); // 0x3F (ACCEL_ZOUT_H) & 0x40 (ACCEL_ZOUT_L)
  //Tmp=Wire.read()<<8|Wire.read(); // 0x41 (TEMP_OUT_H) & 0x42 (TEMP_OUT_L)
  GyX=Wire.read()<<8|Wire.read(); // 0x43 (GYRO_XOUT_H) & 0x44 (GYRO_XOUT_L)
  GyY=Wire.read()<<8|Wire.read(); // 0x45 (GYRO_YOUT_H) & 0x46 (GYRO_YOUT_L)
  GyZ=Wire.read()<<8|Wire.read(); // 0x47 (GYRO_ZOUT_H) & 0x48 (GYRO_ZOUT_L)
```

```
Serial.print("Accelerometer Values: \n");
Serial.print("AcX:  "); Serial.print(AcX); Serial.print("\nAcY:  "); Serial.print(AcY);
Serial.print("\nAcZ: "); Serial.print(AcZ);
//Serial.print("\nTemperature: "); Serial.print(Tmp);
Serial.print("\nGyroscope Values: \n");
Serial.print("GyX:  "); Serial.print(GyX); Serial.print("\nGyY:  "); Serial.print(GyY);
Serial.print("\nGyZ: "); Serial.print(GyZ);
Serial.print("\n");
delay(3000);
}
```

Discussion :

Le programme de l'acquisition des données comprend les étapes principales suivant :

1. Nous incluons La bibliothèque « **Wire.h** » : pour le bus I2C
2. création et déclaration de l'adresse I2C du MPU-6050 et définition des variables pour stocker les valeurs de l'accéléromètre et du gyroscope.
3. On utilise la méthode `setup ()` : Dans la boucle `void setup ()`, nous initialisons le débit en bauds, la bibliothèque de fils, la transmission de données via le registre de gestion de l'alimentation.
4. La méthode `mpu-read()` : qui permet de lire les six registres des axes X, Y et Z de l'accéléromètre et du gyroscope.
5. Enfin, nous imprimons ces données par expression `Serial.print()`.

III.5. L'algorithme de transformation de Fourier rapide(FFT) :

Nous avons programmé un algorithme de Fourier rapide qui convertit les échantillons de signaux temporels en valeurs de fréquence dans l'environnement logiciel **Anaconda** et l'éditeur **Jupyter Notebook** .

Ensuite, nous avons calculé les amplitudes des fréquences résultantes comme indiqué dans le programme ci-dessous :

Jupyter fft Dernière Sauvegarde : 25/07/2021 (modifié)

File Edit View Insert Cell Kernel Widgets Help

Exécuter Code

```
Entrée [10]: import numpy as np
import cmath
import matplotlib.pyplot as plt
from pylab import *
# paramètres du signal
L = 2.0          # durée du signal
fd = 1.0/L      # domaine fréquentiel du signal
a0 = 1.         # amplitude du signal
f0 = 1.0        # fréquence du signal
# paramètres de l'échantillonnage
N = 32          # nombre de points d'échantillonnage

dt = L/N        # intervalle temporel entre deux points
fe = 1./dt      # fréquence d'échantillonnage

# construction du signal
t = linspace(0.0,L,N)
s = a0*sin(2*pi*f0*t)
plt.plot(t,s,linestyle=':')
#plot(t,s,Label='signal')
#plot(t,imag(s),Label='imag')
#Legend()
#show()
# fonction de calcul de La FFT par récursivité
#def IA_fft(x):
def IA_fft(x,N):

    # N = len(x)

    if N <= 1: return x
    even = fft(x[0::2])
    odd = fft(x[1::2])
    T = [cmath.exp(-2j*cmath.pi*k/N)*odd[k] for k in range(N//2)]
    return [even[k] + T[k] for k in range(N//2)] + \
           [even[k] - T[k] for k in range(N//2)]
```

Le programme se compose de 4 sections principales :

➤ La première section comprend les bibliothèques qui contiennent les méthodes nécessaires au calcul, nous avons chargé les bibliothèques suivantes :

```
Import numpy as np
```

```
Import cmath
```

```
Import matplotlib.pyplot as plt
```

```
from pylab import *
```

- Dans la deuxième section, nous avons saisi les paramètres du signal et les paramètres de l'échantillonnage.
- La troisième section consiste à saisir la construction du signal : l'expression de signal, la méthode (`linspace(0.0,L,N)`) qui calcule le temps d'échantillonnage du signal et trace la fonction discontinue du signal à l'aide de la méthode (`plt.plot(t,s,linestyle=':')`), comme indiqué dans le résultat suivant :

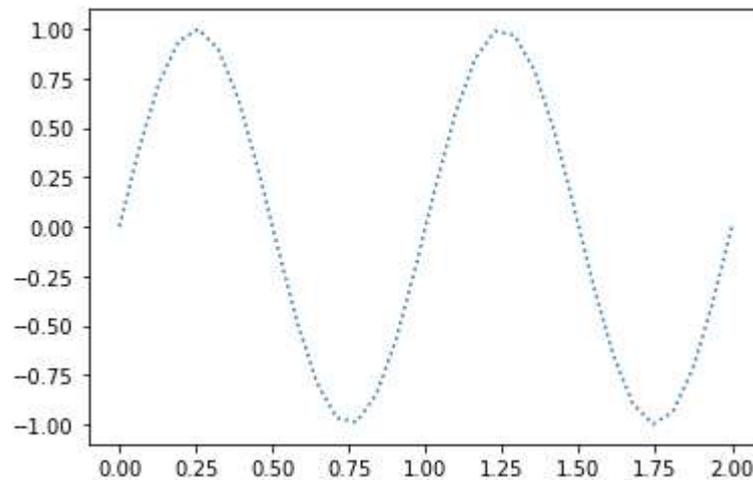


Figure III.13: Construction du signal continue.

- Enfin, nous avons simulé fonction de calcul de la FFT par récursivité que nous avons appelé `IA_fft(x,N)`, qui a donné les résultats suivants :

```
Entrée [35]: a = IA_fft(s,N)
```

```
Entrée [36]: a
```

```
Out[36]: [(-1.0824674490095276e-15+0j),
(0.06127888887010696-0.6221749998615256j),
(3.0495991862000422-15.331370423938347j),
(-0.37982805493388416+1.2521252924773703j),
(-0.272607019011475+0.6581315624956023j),
(-0.24115227255467797+0.4511641691537727j),
(-0.2269756045808231+0.3396929978001492j),
(-0.21925341924384745+0.2671610643458434j),
(-0.2145668985706876+0.21456689857068606j),
(-0.21152176986194512+0.17359143032423877j),
(-0.20945452898060601+0.13995304188029206j),
(-0.20801511088963684+0.11118639321654938j),
(-0.20700516985691553+0.08574434883608018j),
(-0.20630697257217362+0.06258253593483976j),
(-0.2058491924408128+0.040945950191590086j),
(-0.20558944952322036+0.020248793398970233j),
(-0.20550522409888447+0j),
(-0.20558944952322045-0.02024879339897029j),
(-0.20584919244081368-0.040945950191590086j),
(-0.20630697257217367-0.06258253593483964j),
(-0.2070051698569155-0.08574434883608023j),
(-0.20801511088963676-0.11118639321654938j),
(-0.20945452898060601-0.13995304188029206j),
(-0.2115217698619451-0.17359143032423877j),
```

Pour vérifier la validité des résultats, nous avons appelé l'algorithme de Fourier stocké dans la bibliothèque numpy et l'avons comparé à l'algorithme que nous avons créé.

```
Entrée [40]: B=np.fft.fft(s)
```

```
Entrée [41]: B
```

```
Out[41]: array([-1.08246745e-15 +0.j          ,  6.12788889e-02 -0.622175j   ,
  3.04959919e+00-15.33137042j, -3.79828055e-01 +1.25212529j,
 -2.72607019e-01 +0.65813156j, -2.41152273e-01 +0.45116417j,
 -2.26975605e-01 +0.339693j   , -2.19253419e-01 +0.26716106j,
 -2.14566899e-01 +0.2145669j  , -2.11521770e-01 +0.17359143j,
 -2.09454529e-01 +0.13995304j, -2.08015111e-01 +0.11118639j,
 -2.07005170e-01 +0.08574435j, -2.06306973e-01 +0.06258254j,
 -2.05849192e-01 +0.04094595j, -2.05589450e-01 +0.02024879j,
 -2.05505224e-01 +0.j          , -2.05589450e-01 -0.02024879j,
 -2.05849192e-01 -0.04094595j, -2.06306973e-01 -0.06258254j,
 -2.07005170e-01 -0.08574435j, -2.08015111e-01 -0.11118639j,
 -2.09454529e-01 -0.13995304j, -2.11521770e-01 -0.17359143j,
 -2.14566899e-01 -0.2145669j  , -2.19253419e-01 -0.26716106j,
 -2.26975605e-01 -0.339693j   , -2.41152273e-01 -0.45116417j,
 -2.72607019e-01 -0.65813156j, -3.79828055e-01 -1.25212529j,
  3.04959919e+00+15.33137042j,  6.12788889e-02 +0.622175j   ])
```

Alors, Nous avons obtenu les mêmes résultats que précédemment.

Nous avons également créé un programme secondaire qui calcule l'amplitude et affiche le spectre du signal, comme indiqué ci-dessous :

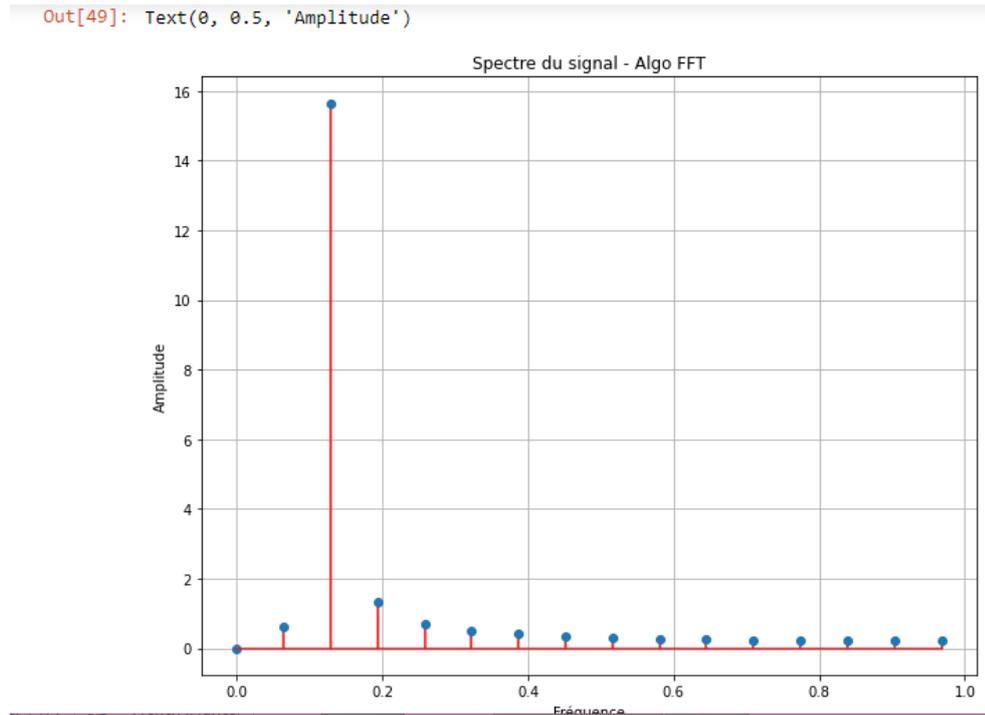
```
Entrée [37]: b= real(a)
             c=imag(a)
             h=sqrt(pow(b, 2)+pow(c, 2))
```

➤ La première section montre comment calculer les amplitudes en utilisant la méthode $\text{sqrt}(\text{pow}()+\text{pow}())$, résultats :

```
Entrée [38]: h
```

```
Out[38]: array([1.08246745e-15,  6.25185439e-01,  1.56317297e+01,  1.30846746e+00,
  7.12356470e-01,  5.11569669e-01,  4.08545295e-01,  3.45611192e-01,
  3.03443418e-01,  2.73633777e-01,  2.51908820e-01,  2.35865853e-01,
  2.24060781e-01,  2.15590215e-01,  2.09882017e-01,  2.06584209e-01,
  2.05505224e-01,  2.06584209e-01,  2.09882017e-01,  2.15590215e-01,
  2.24060781e-01,  2.35865853e-01,  2.51908820e-01,  2.73633777e-01,
  3.03443418e-01,  3.45611192e-01,  4.08545295e-01,  5.11569669e-01,
  7.12356470e-01,  1.30846746e+00,  1.56317297e+01,  6.25185439e-01])
```

➤ La deuxième section concerne la construction du dessin du spectre du signal, à travers la méthode ($\text{stem}(t[0:N//2], \text{abs}(h[0:N//2]), 'r')$) :



III.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le capteur MPU 6050 qui utilisé pour prendre les mesures, et nous avons fourni une explication détaillée des programmes de base adoptés dans la partie pratique qui sont :

- Le programme de l'acquisition des données qui permet de prendre des données mesurées par le capteur MPU6050 et de les transmettre au microcontrôleur, via le bus I2C avec une mode de lecture « *little endian and big endian* ».
- L'algorithme de transformation de Fourier rapide(FFT) qui convertit les échantillons de signaux temporels en valeurs de fréquence et alors obtenir le spectre du signal.

Conclusion générale

Conclusion générale

Dans le travail présenté ici on s'est intéressé à l'étude des signaux vibratoire pour la détection précoce des défauts mécanique des machines tournantes.

Les machines industrielles sont soumises à des vibrations croissantes qui affectent leur bon fonctionnement. L'analyse vibratoire se présente comme étant une solution efficace pour surveiller en temps réel de l'état de ces machines, afin de détecter de manière précoce leurs défaillances pour anticiper l'apparition d'une panne et ainsi assurer la continuité de service de la chaîne de production.

Ce travail nous a permis de regrouper les connaissances théoriques des défauts mécaniques des machines tournante, l'analyse vibratoire et leurs différents outils permettant de détecter et de diagnostiquer l'apparition des défauts dans les machines tournantes, les techniques de traitement numérique des signaux tels que :

Chaque défaut a ses propres caractéristiques et indicateurs (kurtosis, le facteur de crête, la valeur efficace) qui prouvent son identité donc l'on connaît les symptômes vibratoires associés à chaque défaut susceptible de l'affecter, c'est-à dire si l'on connaît les images vibratoires induites par ces défauts pour l'identification d'anomalies à un stade précoce, le suivi de leurs évolutions et le diagnostic de l'état d'une machine.

La méthode utilisée dans cette recherche est L'analyse par la FFT qui permet d'identifier et de localiser les défauts et faciliter l'extraction d'informations intéressantes d'un spectre fréquentielle (la fréquence et l'amplitude). Le traitement de ces signaux dans le domaine spectral a permis de diagnostiquer la présence de défauts.

Le signal reçu de la machine sera traité par l'algorithme de la FFT afin de convertir les données du domaine temporel au domaine fréquentiel et extraire la totalité de composantes spectrales pour comparer ses données observées avec le spectre en état normale, cela nous permettra de détecter le type de défaut.

Références bibliographiques

Les références :

[1] Roland BIGRET et Jacque-louis FERON « Diagnostic-maintenance disponibilité des machines tournantes »1995.

[2]http://www.maintenancepredictive.com/v1/public_dnc/contents/files/definition_maintenance_predictive.pdf

[3][**Philippe ESTOCQ** « Une approche méthodologique numérique et expérimentale d'aide à la détection et au suivi vibratoire de défauts d'écaillage de roulements à billes ». THESE de doctorat. Université de REIMS CHAMPAGNE ARDENNE, 2004]

[4] [Bolaers F., Dron J.P., Rasolofondraibe L. " Prédiction et suivi de l'évolution d'unécaillage de fatigue de roulement par analyse vibratoire".XVIème Congrès Française de mécanique, Nice , référence 649, (2003).].

[5] https://www.bruit.fr/images/acoustique_techniques/AT57_web-5-10_compressed.pdf

[6] Alain BOULENGER et Christian PACHAUD ; 'surveillance des machines par analyse vibratoire', AFNOR 1995.

[7] **LANDOLSI Foued**, support de cours technique de surveillance, institut supérieur des études technologiques de NABEUL, département de génie mécanique.

[8] LandolsiFoued. Cours de techniques de surveillance « Etude des principaux défauts

[9] [Bruol and kjaervibro "Méthode de la maintenance conditionnelle", société Allemagne de fabrication des appareils et logiciels de mesure vibratoire.]:

[10]<https://dl.ummtto.dz/bitstream/handle/ummtto/7883/Tabti%2C%20Azedine.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

[11] chapitre1.Généralités,TS6M16EM201862019.Dr.M.Benia Abdelhafid Boussouf-Mila.

[12] Essid Chacker Support de cours « Systèmes et signaux : Partie 1 »

[13] Francis Cottet « traitement des signaux et acquisition de données : Cours et exercices corrigés » 4 édition Dunod

[14]http://carolinepetitjean.free.fr/enseignements/acq_don/Chaine_acqFrancais_ESIEE.pdf

[15] [Proakis.1.G, Manolakis. D. G, «Digital Signal Processing : Principales,algorithms, and application», (3th ed). Upper Saddle River, N.J: Prentice Hall,1996]

[16] [Maurice Bellanger « Traitement numérique du signal ,théorie et pratique » ; DUNDO, 6 édition]

[17] <https://playground.arduino.cc/Main/MPU-6050/#intro>

[18] <https://circuitdigest.com/microcontroller-projects/mpu6050-gyro-sensor-interfacing-with-esp32-nodemcu-board>

[19] <https://randomnerdtutorials.com/esp32-mpu-6050-accelerometer-gyroscope-arduino/>

[20] <https://fr.wikipedia.org/wiki/I2C> .