

Centre Universitaire BOUSSOUF Abdelhafid -Mila
Institut des Sciences et Technologie
Département de Génie Mécanique et Électromécanique



N° Ref :.....

Projet de Fin d'Etude préparé En vue de l'obtention du diplôme de
MASTER
Spécialité : Électromécanique

Thème
Commande robuste des robots mobiles

Préparé par :

- ❖ BOUGUEROUA Faryal
- ❖ BOUHAFNA Nasrine

Soutenu devant le jury :

Dr. KAGHOUC Bessem
Dr. SMAANI Billel
Dr. BENSLIMENE Hocine

Président
Examineur
Promoteur

Année universitaire : 2021/2022



Remerciement

Tout d'abord merci à Dieu de m'avoir donné la force pour

Terminer ce travail

Le travail présenté dans ce mémoire a été réalisé au Département, de Sciences et Technologie, Spécialité : électromécanique

Centre Universitaire Abdelhafid Boussouf de Mila

*Je remercie vivement monsieur **Dr. BENSLIMANE. Hocine** pour son esprit scientifique et compréhensif, qui a consacré beaucoup de son temps à mon travail et m'a beaucoup aidé avec ses idées, ses conseils et surtout ses critiques objectives.*

*Je tiens également à remercier **Dr. KAGHOUCHE. Bassem** d'avoir accepté la présidence du jury, monsieur **Dr. SMAANI. Billel** d'avoir pris de leurs temps pour examiner ce travail.*

Merci à tous les autres chercheurs qui ont mis leurs outils, articles et travaux accessibles à travers l'Internet.

Je veux également remercier ma famille et mes amis (es) pour le soutien moral. Enfin, je remercie tout particulièrement mes parents, pour leur soutien inconditionnel tout au long de ces longues années d'études.

Dédicace

*Avec l'expression de ma reconnaissance,
Je dédie ce modeste travail à ceux qui, quels que soient les termes embrassés, je
n'arriverais jamais à leur
Exprimer mon amour sincère.*

*A ma très chère **mère**,*

*Je veux te dire que je t'aime tellement et qu'**Allah** te protège pour nous.*

*A mon cher **père**,*

*Qu'**Allah** t'offre une vie longue pour être mon soutien dans cette vie.*

*Mon **papa** et ma **maman**, ce travail est le fruit de vos sacrifices que vous avez*

Consentis pour mon éducation et mon avenir,

*A mon cher grand frère **Hicham**,*

Je te souhaite un avenir plein de joie, de bonheur et de réussite.

*Qu'**Allah** vous aide dans ta vie personnelle et ton parcours professionnel.*

*A mon petit frère **Rami**,*

*A mes grandes sœurs **Rima** et **Samah**,*

*Merci d'être là toujours à mes côtés qu'**Allah** réalise tous tes rêves.*

*A mes petits adorables **Djaber** , **Yakine** et **Ahmed yazen** ,*

A tous les membres de ma famille, petits et grands.

A tous mes amis sans exception que j'ai connue jusqu'à maintenant.

A tous qui m'ont apporté du soutien toute ma vie.

*Sans oublier mon binôme **NASRINE** pour son soutien moral, sa patience et sa
compréhension tout au long de ce projet.*

Merci !

FARYAL
FARYAL

Dédicace

*Avec l'expression de ma reconnaissance,
Je dédie ce modeste travail à ceux qui, quels que soient les termes embrassés, je
n'arriverais jamais à leur
Exprimer mon amour sincère.*

*A ma très chère **mère**,*

*Je veux te dire que je t'aime tellement et qu'**Allah** te protège pour nous.*

*A mon cher **père**,*

*Qu'**Allah** t'offre une vie longue pour être mon soutien dans cette vie.*

*Mon **papa** et ma **maman**, ce travail est le fruit de vos sacrifices que vous avez*

Consentis pour mon éducation et mon avenir,

*A mon cher frère **Ahmed**,*

Je te souhaite un avenir plein de joie, de bonheur et de réussite.

*Qu'**Allah** vous aide dans ta vie personnelle et ton parcours professionnel.*

*A mon petit Ma sœur **Ritadje**,*

*A mes sœurs **Chahineze** et **Ikrame** et **Loubna**,*

*A mon marie **Mouhammed**,*

*Merci d'être là toujours à mes côtés qu'**Allah** réalise tous tes rêves.*

*A mes petits adorables **Khadija**, **Sajid** et **Asma***

A tous les membres de ma famille, petits et grands.

A tous mes amis sans exception que j'ai connue jusqu'à maintenant.

A tous qui m'ont apporté du soutien toute ma vie.

*Sans oublier mon binôme **FARYAL** pour son soutien moral, sa patience et sa
compréhension tout au long de ce projet.*

Merci !

NASRINE
M2017E

Résumé

Ce mémoire a été, consacré à l'étude de théories de commande robuste et à l'application de cette théorie à la commande pour résoudre le problème de poursuite des trajectoires des robots mobiles non holonomes. L'objectif était de garantir la stabilité du système et d'assurer une bonne poursuite de trajectoire même en présence des variations paramétriques, perturbation externes ou des non linéarités du système. La fonction de la poursuite consiste à guider le robot à travers les points intermédiaires pour arriver à la destination finale. Le modèle utilisé pour démontrer les lois de commande dans ce travail est basé sur le modèle cinématique et dynamique du robot mobile de type unicycle. On s'est orienté vers différentes approches, la première approche est basée sur l'utilisation d'une non linéaire par backstepping, la deuxième approche concerne la technique par mode de glissement.

Mots clés — commande robuste, robot mobile à roues uni-cycle, technique de backstepping, mode de glissement.

ملخص

هذه المذكرة ، مخصصة لدراسة نظريات التحكم القوية وتطبيق هذه النظرية للتحكم لحل مشكلة تتبع مسار الروبوتات المتنقلة غير الشاملة. الهدف هو ضمان استقرار النظام وضمان تتبع المسار الجيد حتى في ظل وجود اختلافات حدودية أو اضطرابات خارجية أو عدم خطية للنظام. تتمثل وظيفة المسار في توجيه الروبوت عبر النقاط الوسيطة للوصول إلى الوجهة النهائية. يعتمد النموذج المستخدم لإثبات قوانين التحكم في هذا العمل على النموذج الحركي والديناميكي للروبوت المتحرك من نوع الدراجة الأحادية. لجأنا إلى مناهج مختلفة، النهج الأول يعتمد على استخدام اللاخطية عن طريق الخلف أو ما يسمى بالتحكم التراجعي، والنهج الثاني يتعلق بتقنية التحكم عن طريق وضع الانزلاق.

الكلمات المفتاحية — تحكم قوي، الروبوت المتحرك بالعجلات للدراجة الأحادية، السيطرة، التحكم التراجعي، الوضع الانزلاقي

Abstract

This memory, devoted to the study of robust control theories and the application of this theory to control to solve the problem of pursuing the trajectories of non-holonomic mobile robots. The objective is to guarantee the stability of the system and to ensure a good trajectory even in the presence of parametric variations, external disturbance or non-linearities of the system. The function of the pursuit is to guide the robot through the intermediate points to reach the final destination. The model used to demonstrate the control laws in this work is based on the kinematic and dynamic model of the single-cycle mobile robot. We have moved towards different approaches, the first approach is based on the use of a non-linear backstepping, the second approach concerns the techniques by sliding mode.

Key words—robust control, wheeled mobile robot unicycle, technique from backstepping, sliding mode.

Sommaire

Remerciement	I
Dédicace	II
Résumé	IV
Liste des Figures	V
Liste des symboles	VI
Introduction générale.....	1
Chapitre I: Généralité sur les robots mobiles.....	3
I.1 Introduction	4
I.2 Historique.....	4
I.3 Définition d'un robot	6
I.4 Les robots mobiles	7
I.5 La holonomie et non-holonomie.....	8
I.5.1 Les robots mobiles holonomes.....	8
I.5.2 Les robots mobiles non- holonomes.....	8
I.6 Architecture des robots mobiles.....	9
I.6.1 Structure mécanique.....	9
I.6.2 Structure instrumentale	9
I.6.3 Structure informatique.....	10
I.7 Classification des robots mobiles.....	10
I.7.1 Classification selon le degré d'autonomie	10
I.7.2.1 Les robots mobiles à roue.....	10
I.7.2.3 Les mobiles marcheurs	13
I.7.2.4 Les robots rampants.....	14
I.7.3 Classification selon le domaine d'application	14
I.7.4 Classification selon la motricité et l'énergie	15
I.8 Modélisation du robot mobile à roues	16
I.8.1 Modélisation géométries	17
I.8.2 Modélisation cinématique	16
II.8.2.1 Contraintes non holonomiques.....	17
I.8.2.2 Modélisation cinématique d'un robot mobile de type uni-cycle	17
I.9 Modélisation dynamique.....	19
I.9.1 Méthode d'Euler-Lagrange.....	19

I.9.2	Lagrangien d'un système mécanique.....	19
I.9.3	Modélisation dynamique d'un robot mobile de type uni-cycle.....	20
I.10	Commande des robots mobiles	24
I.10.1	Quelques techniques de commande en robotique mobile	25
I.11	Conclusion	25
	Chapitre II: Commande par Backstepping appliquée au robots mobiles	26
II.1	Introduction	27
II.2	Stabilité des systèmes non linéaires.....	27
II.2.1	Système non linéaire	27
II.2.2	Stabilité	27
II.2.2.1	Stabilité asymptotique locale et globale.....	28
II.3	Généralités sur la technique de backstepping.....	29
II.4	Principe de backstepping	29
II.4.1	Théorie de la commande backstepping.....	29
II.5	Avantage de la commande Bckstepping.....	32
II.6	Commande par Backstepping en robotique mobile.....	33
II.6.1	Rappel du modèle cinématique de l'unicycle	33
II.6.2	Méthode de poursuite de trajectoire.....	33
II.6.3	Conception de la commande pour la poursuite de trajectoire.....	34
II.6.3.1	Commande cinématique.....	35
II.6.3.2	Commande dynamique.....	36
II.7	Résultat de simulation	39
II.7.1	Simulations dans la boucle cinématique	40
II.8	Conclusion.....	45
	Chapitre III :Commande par mode glissant appliquée au robots mobiles.....	46
III.1	Introduction	47
III.2	Commande par mode glissant	47
III.2.1	Définition.....	47
III.2.2	Objectif de la commande par mode glissant.....	47
III.2.3	Notion de base	47
III.3	Conception de la commande par mode de glissement	49
III.3.1	Choix de la surface de glissement	49
III.3.2	Conditions d'existence et de convergence.....	49
III.3.2.1	Fonction discrète de commutation	50

III.3.2.2 La fonction de Lyapunov	50
III.3.3 La détermination de la loi de commande.....	50
III.3.3.1 Commande équivalente.....	51
III.3.3.2 Commande de commutation	52
III.4 Phénomène de chattering (réticence)	52
III.4.1 La fonction SAT	53
III.4.2 La fonction tanh.....	54
III.5 Commande par mode glissant pour les robots mobiles.....	54
III.6 Résultats et simulation	57
II.7 Conclusion	60
Conclusion générale	62
Bibliographie	64

Liste des figures

Chapitre I	3
Figure (I.1) : 1950-Dr.Grey walter et sa tortue électronique.....	4
Figure(I.2) : premiers robot mobile.....	5
Figure(I.3) : Développent de la robotique mobile.....	6
Figure(I.4) : Robot d'exploration planétaire.....	6
Figure(I.5) : Le robot mobile "Sojourner" de la NASA	7
Figure(I.6) : Les Robots mobiles.....	7
Figure(I.7) : A- Une roue à galets tangentiels (holonomique) ; B- Uranus le robot holonome.....	8
Figure(I.8) : Le robot EV.....	9
Figure (I.9) : Robot mobile de type uni-cycle.....	11
Figure (I.10) : Robot mobile de type tricycle.....	11
Figure (I.11) : Robot black max QinetiQ.....	12
Figure (I.12) : Représentation d'un robot mobile omnidirectionnel (Nomadic XR4000).....	12
Figure (I.13) : Le robot à chenille.....	13
Figure (I.14) : Robot Marcheur Xx46 modèle 3D.....	13
Figure (I.15) : robot rampant.....	14
Figure (I.16) : Quelques exemples d'application des robots mobiles.....	15
Figure(I.17) : Modèle Géométrique de Robot Mobile type Unicycle.....	16
Figure (I.18) : Caractérisation du roulement sans glissement.....	17
Figure (I.19) : Modèle de Robot Mobile type Unicycle.....	18
Chapitre II	28
Figure (II.1) : Illustration de la définition intuitive de la stabilité.....	28
Figure (II.2) : Erreur de posture.....	34
Figure (II.3) : Schéma de commande en boucle cinématique.....	36
Figure (II.4) : Schéma de commande en boucle dynamique.....	37
Figure (II.5) : Trajectoire circulaire.....	41
Figure (II.6) : Courbes des vitesses angulaires et linéaires pour le modèle cinématique du rob.....	41
Figure (II.7) : Erreur de poursuite (e_x , e_y , e_{θ}).....	42
Figure (II.8) : Trajectoire circulaire	43
Figure (II.9) : Courbes des vitesses angulaires et linéaires du robot.....	43
Figure (II.10) : Erreur de poursuite (e_x , e_y , e_{θ}).....	44

Figure (II.11) : les couples moteurs.....	44
Chapitre III.....	45
Figure (III.1) : Glissement idéal.....	48
Figure (III.2) : Glissement réel.....	48
Figure (III.3) : Commande équivalente.....	51
Figure (III.4) : Représentation de la commande discontinue.....	52
Figure (III.5) : Phénomène de chattering (réticence).....	53
Figure (III.6): Fonction «SAT ».....	53
Figure (III.7): Fonction «tanh».....	54
Figure (III.8) : schéma représenté la commande en boucles cinématique et dynamique.....	57
Figure(III.9): Trajectoire de référence et trajectoire suivie par le robot.....	58
Figure (III.10): Erreur de poursuit.....	59
Figure (III.11): les Courbes des vitesses pour le modèle dynamique du robot.....	59
Figure (III.12) : les courbes de la commande.....	60

Liste des abréviations et symboles

\mathbf{q} : Vecteur de coordonnées généralisées

θ : Angle d'orientation

$\mathbf{R}(\theta)$: Et la matrice de rotation du repère absolu par rapport au repère relatif

\mathbf{v} : La vitesse linéaire

\mathbf{w} : La vitesse angulaire

$\mathbf{S}(\mathbf{q})$: La matrice jacobéenne

\mathbf{R} : Le rayon de la roue

$\mathbf{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$: Lagrangien

$\mathbf{M}(\mathbf{q})$: est la matrice d'inertie symétrique définie positive

$\mathbf{M}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$: représente la force d'inertie

$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$: est la matrice des forces centrifuges et des forces de Coriolis;

$\mathbf{B}(\mathbf{q})$: La matrice de transformation d'entrée

$\mathbf{G}(\mathbf{q})$: est le vecteur des termes de gravité

$\mathbf{E}(\mathbf{q})$: La matrice de transformation d'entrée

\mathbf{u} : est le vecteur d'entrée (couples)

λ : est appelé vecteur des multiplicateurs de Lagrange

\mathbf{T} : L'énergie cinétique du système

\mathbf{w} : L'énergie potentielle du système

m : Masse du robot

I : Moment d'inertie robot

$\boldsymbol{\tau}$: Le vecteur de la force généralisée externe appliqué au corps

\mathbf{V} : Fonction de Lyapunov

\mathbf{q}_e : L'erreur de posture

\mathbf{q}_r : Vecteur des coordonnées généralisées du robot de référence

\mathbf{T}_e : Matrice de transformation

\mathbf{e}_x : L'erreur sur l'axe Ox

e_y : L'erreur sur l'axe Oy

e_θ : L'erreur d'orientation

u_1 : Accélération de la roue droite

u_2 : Accélération de la roue gauche

q_r : Vecteur des coordonnées généralisées du robot de référence

e_c : Vecteur d'erreur de vitesse linéaire et de vitesse de rotation du robot

v_d : Vitesse linéaire réelle de la roue droite

v_g : Vitesse linéaire réelle de la roue gauche

Sign : la fonction sign

tanh : La fonction tanh

S : Surface de glissement

Introduction générale

Ce n'est pas que je suis si intelligent, c'est que je reste plus longtemps avec les problèmes.

'Albert Einstein'

Les robots mobiles sont de plus en plus présents dans notre vie quotidienne et dans les grands domaines d'applications tels que la médecine, l'agriculture, la sécurité ou l'assistance à domicile. Ces robots sont capables d'évoluer aussi bien dans des milieux aériens ou maritimes que terrestres. La robotique mobile terrestre occupe une place historique importante. Notamment, les robots mobiles à roues qui empruntent un mode de locomotion par roulement particulièrement efficace sont déjà utilisés dans le domaine industriel comme la logistique, l'agriculture avec l'automatisation des tracteurs, le spatial et l'exploration planétaire, dans des tâches de sécurité telles que la surveillance de zone, ou encore pour des missions de recherche et de secours de victimes en cas de catastrophes naturelles ou industrielles.

Compte tenu des diverses contraintes du milieu environnant, de la non-linéarité du modèle, des incertitudes des paramètres liés au robot et de la non-holonomie qui caractérise le robot mobile, les commandes classiques de types linéaires notamment de type PID, ont montré leurs limites. Pour remédier à ce problème, beaucoup de travaux de recherches ont été menés vers l'élaboration des commandes non linéaires. On peut citer entre autres la commande par backstepping et la commande à structures variables, etc. Généralement la conception d'une loi de commande assurant la poursuite des trajectoires est divisée en deux niveaux, le niveau haut ou la commande cinématique basé sur les propriétés cinématiques du robot. Ce type de contrôle génère les vitesses de référence de translation et de rotation en tenant compte de la position actuelle du robot vis-à-vis la situation désirée (position et vitesse du robot de référence) en faisant abstraction de la dynamique du robot. Au niveau bas, une commande dynamique commande les vitesses des roues motrices du robot pour atteindre les vitesses de consigne générées par le contrôleur cinématique.

L'une des problématiques élémentaires dans le domaine de la robotique mobile étant de déplacer le robot d'un point de départ à un point d'arrivée en suivant une trajectoire, la commande par backstepping et la commande à structures variables sont deux approches de commandes qui présentent des avantages beaucoup plus importants à cause de sa simplicité et de sa robustesse face aux perturbations, aux incertitudes et aux non linéarités du système. La commande à structures variables basée sur le mode glissant consiste à définir une surface appelée surface de glissement à partir de laquelle on pourra obtenir la loi de commande. La conception de cette commande se passe en deux étapes : premièrement le choix de la surface de glissement, deuxièmement la condition de glissement. Le backstepping est un algorithme récursif qui permet un choix adéquat des fonctions de Lyapunov et la loi de commande permettant de garantir la stabilité du système.

Le présent manuscrit s'articulera autour de **trois** chapitres ; à savoir :

Le premier chapitre donnera en première lieu des généralités sur les robots mobiles à roues, nous allons présenter quelques notions fondamentales et définitions liées à la robotique mobile en focalisant l'étude principalement sur les robots à roues. Les différents types des robots mobiles, leurs structures, les classes des robots mobiles à roues rencontrés le plus fréquemment seront présentés et en deuxième lieu la modélisation cinématique et dynamique des robots mobiles sera présentée d'une façon détaillée notamment pour les robots mobiles de type uni-cycle.

Le deuxième chapitre sera consacré à la présentation théorique de la technique de commande par Backstepping suivie par une application de celle à la robotique mobile de type uni-cycle en utilisant le modèle cinématique et le modèle dynamique. Les résultats de simulation seront présentés et commentés à la fin du chapitre.

Dans le troisième chapitre on traitera les notions de base de l'approche de la commande par mode de glissement. Puis on présentera la méthode de synthèse des lois de commande par mode de glissement destiné à la poursuite de trajectoire pour la robotique mobile à roues de type uni-cycle. Les résultats de simulation seront également illustrés et interprétés.

Ce travail est clôturé par une conclusion générale à travers laquelle, on analyse les principaux résultats obtenus et on proposera des perspectives à envisager comme futur travail.

Chapitre I
Généralité sur les robots
mobiles

كل إناء يضيق بما جعل فيه
إلا وعاء العلم فإنه يتسع

I.1 Introduction

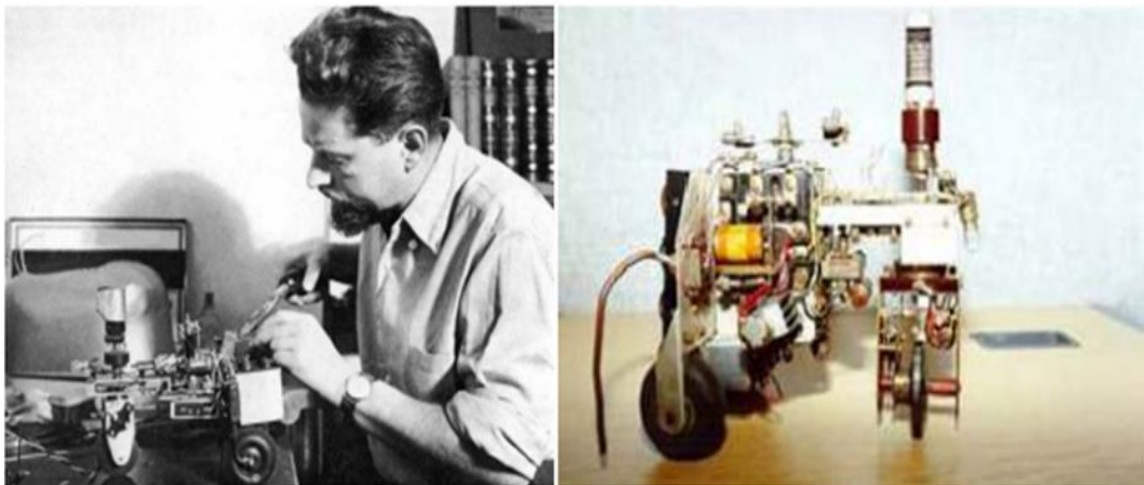
Les robots mobiles à roues fait l'objet de beaucoup de recherche dans différents domaines de la robotique. Ces robots ont un champ d'application très large, que ce soit pour des applications civiles comme les transports urbains automatisés, scientifique dans le cas d'exploration de milieux naturels hostiles ou encore militaire.

Dans la première partie de ce chapitre, nous exposons le contexte général dans lequel s'inscrit ce travail de fin d'étude. Nous présentons un état de l'art de la robotique mobile. D'abord nous allons présenter une définition sur le robot ainsi les robots mobiles. Ensuite on donne les diverses catégories des robots mobiles. Dans la dernière partie, on s'intéresse d'une manière détaillée aux différents types de modélisation ainsi que les équations cinématiques et dynamiques du robot mobile de type uni-cycle seront présentées.

I.2 Historique

Le terme de robot apparaît pour la première fois dans une pièce de Karel Capek en **1920** : Rossum's Universal Robots. Il vient du tchèque 'robot' (~ servitude) et présente une vision des robots comme serviteurs dociles et efficaces pour réaliser les tâches pénibles mais qui déjà vont se rebeller contre leurs créateurs [1].

1948 : Grey Walter invente le premier robot mobile autonome, une tortue se dirigeant vers les sources de lumière qu'elle perçoit. Cependant, ce robot n'est pas programmable. la mise en place de robots n'a été possible que dans les années 50 avec la création des transistors et circuits intégrés [2].



a. Dr Grey Walter (1948)

b. Tortue électronique (1969)

Figure (I.1) : 1950-Dr.Grey walter et sa tortue électronique [2].

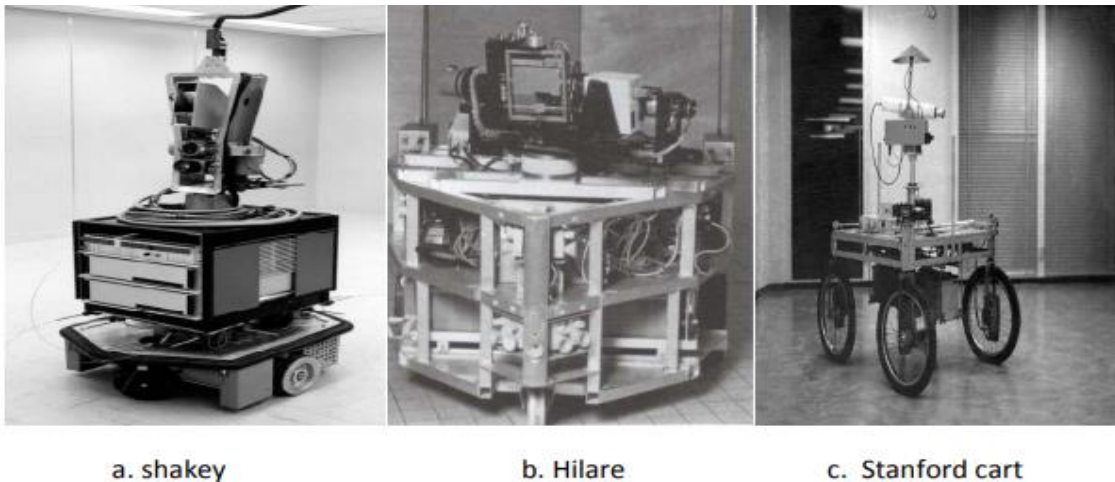
Dans les années 60, les recherches en électronique vont conduire, avec l'apparition du transistor, à des robots plus complexes mais qui vont réaliser des tâches similaires. Ainsi le robot "**Beast**" de l'université **John Hopkins** est capable de se déplacer au centre des couloirs en utilisant des capteurs ultrason, de chercher des prises électriques (noires sur des murs blancs) en utilisant des photodiodes et de s'y recharger [3].

1960-1980 :

Fin des années 60 : Mise en place de «shakey» premier robot mobiles intégrant perception, planification et exécution ;

1970 : Sandford cart ;

1977 : premier robot mobile français HILARE au LAAS (CNRS Toulouse).



Figure(I.2) : premiers robot mobile [4].

1990-2000 :

1990-2000 : Développement de la robotique mobile ;

1995 : Mise en place de la RoboCup ;

1997 : Première robot mobile extra planétaire sur mars ;

1999 : Lancement des robots chien Aibo, par SONY.

*a. Robocup**b. Aibo**c. Sojourner***Figure(I.3) : Développement de la robotique mobile [5].**

Dupuis 2000 :

2003 : Projet « Mars Exploration Rover »

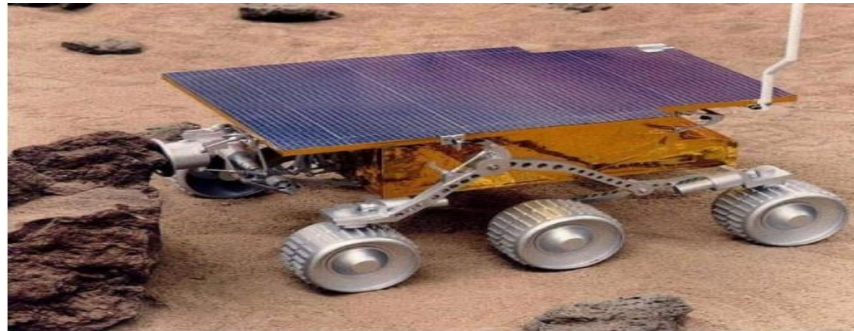
2009 : Projet « Mars Science Laboratory » Succédant au projet Rover, envoi prévu de curiosity fin 2011 [2].

*a. Robot spirit**b. curiosity***Figure(I.4) : Robot d'exploration planétaire [6].**

I.3 Définition d'un robot

Un robot est un dispositif mécatronique (alliant mécanique, électronique et informatique) doté de capteurs et d'effecteurs lui donnant une capacité d'adaptation et de déplacement proche de l'autonomie accomplissant automatiquement soit des tâches qui sont généralement dangereuses, pénibles, répétitives ou impossibles pour les humains, soit des tâches plus simples mais en les réalisant mieux que ce que ferait un être humain [7].

Un robot est une machine équipée de capacités de perception, de décision et d'action qui lui permet d'agir de manière autonome dans son environnement en fonction de la perception qu'il en a et de ses objectifs [8].



Figure(I.5): Le robot mobile "Sojourner" de la NASA [9].

I.4 Les robots mobiles

Un robot mobile est une machine automatique capable de se mouvoir dans un environnement donnée. On regroupe sous cette appellation tous les robots autonomes capables de se déplacer, par opposition aux robots attachés à un point fixe, comme les robots manipulateurs en industrie. Il existe plusieurs types de robots mobiles et ceux-ci sont, en général, classifiés selon leur type de locomotion. Les robots mobiles évolueront donc sur terre, dans les airs ou encore sur ou sous eau. Les robots terrestres sont, par exemple, actionnés par des roues, des chenilles ou encore des pattes [10].



Figure(I.6) : Les Robots mobiles [11].

I.5 La holonomie et non-holonomie

Dans le monde des robots mobiles à roues on peut distinguer deux grandes catégories des robots :

- les robots holonomes ;
- non-holonomes.

I.5.1 Les robots mobiles holonomes

En robotique, une plateforme est dite holonome lorsque que le nombre de degrés de libertés contrôlables est égal au nombre total de degrés de liberté.

Pour un robot se déplaçant sur un plan, il y a 3 degrés de liberté (deux translations et une rotation). A partir d'une position donnée, une plateforme holonome devra donc pouvoir se déplacer en avant, sur leur coté et tourner sur elle-même. Cette capacité permet de contrôler très simplement le robot car tous les déplacements imaginables sont réalisables, ce qui simplifie le problème de planification de trajectoire [8].



Figure(I.7) : A- Une roue à galets tangentiels (holonomique) ; B- Uranus le robot holonome [12].

I.5.2 Les robots mobiles non- holonomes

Les robots mobiles non holonomes ont une structure et un mouvement très similaire aux véhicules de notre vie courante: voiture particulière, les bus, les camions...

En générale leur structure mécanique est simple. Ils ont des roues motrices, des roues directrices et des roues porteuses, même on peut trouver des roues avec les deux ou trois fonctions combinées.

Il est difficile de faire revenir un robot non-holonome après son démarrage à sa position initiale sans Manœuvres [12].

Ces robots mobiles n'ont que deux degrés de liberté sur un plans: leurs structures ne permettent qu'une translation sur l'axe X ou Y et une rotation. La figure (I.8) suivante montre un exemple de ce type de robots [13].



Figure(I.8) : Le robot EV [13].

I.6 Architecture des robots mobiles

En général un robot mobile est constitué de trois structures [14] :

I.6.1 Structure mécanique

Elle assure le mouvement du robot par des roues motrices placées selon le type de mouvement et la précision de la tâche voulue.

I.6.2 Structure instrumentale

Un robot est équipé d'un certain nombre de capteurs de sécurité afin de leur donner une certaine connaissance de l'environnement. Selon l'application, les capteurs peuvent être :

- Capteurs ultrasonores.
- Capteur magnétique.

Il existe en outre d'autres capteurs à savoir :

- Télémètre laser.
- Les caméras.
- Les boussoles.
- Capteur infrarouge.
- Les balises.

I.6.3 Structure informatique

Une commande numérique est impérative afin de bien analyser les différentes informations, elle peut être à base d'un microprocesseur ou microcontrôleur.

I.7 Classification des robots mobiles

On peut classer les robots mobiles selon leur degré d'autonomie, système de locomotion, leur domaine d'application, leur système de localisation et l'énergie utilisée. Nous allons présenter ici quatre classifications qui semblent être les plus intéressantes [15] :

I.7.1 Classification selon le degré d'autonomie

Un robot mobile autonome est un système automoteur doté de capacités décisionnelles et de moyens d'acquisition et de traitement de l'information qui lui permettent d'accomplir sous contrôle humain réduit, un certain nombre de tâches, dans un environnement non complètement connu.

On peut citer quelques types [16] :

- Véhicule télécommandé par un opérateur qui lui impose chaque tâche élémentaire à réaliser ;
- Véhicule télécommandé au sens de la tâche à réaliser. Le véhicule contrôle automatiquement ses actions ;
- Véhicule semi- autonome réalisant sans l'aide de l'opérateur des tâches prédéfinies ;
- Véhicule autonome qui réalise des tâches semi- définies.

I.7.2 Classification selon le type de locomotion

Selon le système de locomotion, on peut distinguer quatre types des robots :

I.7.2.1 Les robots mobiles à roues

La mobilité par roues est la structure mécanique la plus communément appliquée .Cette technique assure selon l'agencement et les dimensions des roues un déplacement dans toutes les directions avec une accélération et une vitesse importantes [17].Le franchissement d'obstacles ou l'escalade de marches d'escaliers est possible.

I.7.2.1.1 Robot unicycle

Un robot de type uni cycle est actionné par deux roues indépendantes, il possède des roues folles pour assurer sa stabilité. Son centre de rotation est situé sur l'axe reliant les deux roues motrices. C'est un robot non-holonyme. En effet il est impossible de le déplacer dans une direction perpendiculaire aux roues de locomotion. Sa commande peut être très simple, il est en effet assez facile de le déplacer d'un point à un autre par une suite de rotations simples et de lignes droite.



Figure (I.9) : Robot mobile de type uni-cycle [2].

I.7.2.1.2 Robot tricycle

Un robot de type tricycle est constitué de deux roues fixes placées sur un même axe et d'une roue centrée orientable, placée sur l'axe longitudinal. Le mouvement du robot est donné par la vitesse des deux roues fixes et par l'orientation de la roue orientable. Son centre de rotation est situé à l'intersection de l'axe contenant les roues fixes et de l'axe de la roue orientable. C'est un robot non-holonome.

En effet, il est impossible de le déplacer dans une direction perpendiculaire aux roues fixes. Sa commande est plus compliquée. Il est en général impossible d'effectuer des rotations simples à cause d'un rayon de braquage limité de la roue orientable.



Figure (I.10) : Robot mobile de type tricycle [2].

I.7.2.1.3 Robot voiture

Un robot de type voiture est semblable au tricycle, il est constitué de deux roues fixes placées sur un même axe et de deux roues centrées orientables placées elles aussi sur un même axe. Le robot de type voiture est cependant plus stable puisqu'il possède un point d'appui supplémentaire. Toutes les autres propriétés du robot voiture sont identiques au robot tricycle.



Figure (I.11): Robot black max QinetiQ [18].

I.7.2.1.4 Robot omnidirectionnel

Un robot omnidirectionnel est un robot qui peut se déplacer librement dans toutes les directions. Il est en général constitué de trois roues décentrées orientables placées en triangle équilatéral. L'énorme avantage du robot omnidirectionnel est qu'il est holonome puis qu'il peut se déplacer dans toutes les directions.

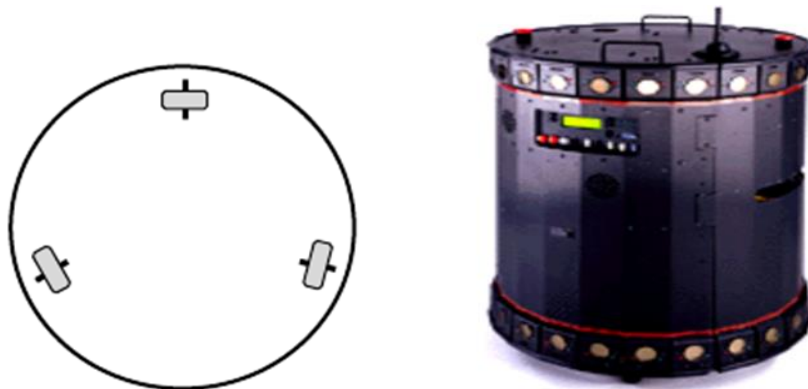


Figure (I.12) : Représentation d'un robot mobile omnidirectionnel (Nomadic XR4000) [2].

I.7.2.2 Les robots à chenilles

Lorsque la configuration du terrain est plus chaotique, les engins à roues ont du mal à évoluer. Les chenilles sont alors plus performantes (Figure I.13). Elles permettent d'augmenter l'adhérence au sol. La direction de conduite est définie en fonction de la différence entre les vitesses imposées aux chenilles [16].

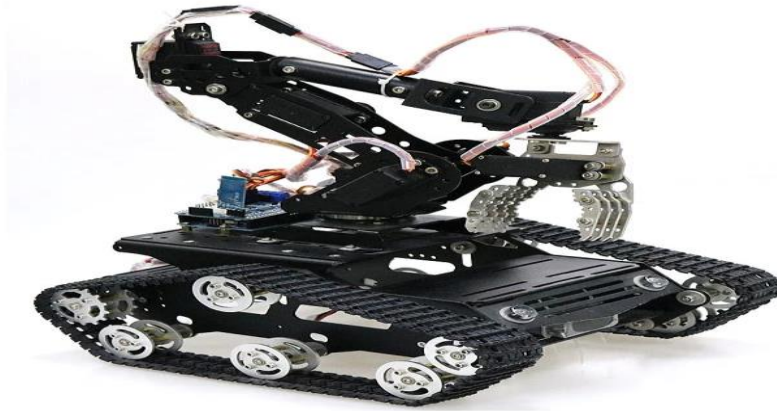


Figure (I.13) : Le robot à chenille [18].

I.7.2.3 Les mobiles marcheurs

Les robots mobiles marcheurs sont destinés à réaliser des tâches variées dont l'accès au site est difficile, dangereux ou impossible à l'homme. Leur anatomie à nombreux degrés de liberté permet un rapprochement avec les robots manipulateurs. La locomotion est commandée en termes de coordonnées articulaires.

Les méthodes de commande des articulations définissent le concept d'allure qui assure le déplacement stable de l'ensemble. Les différentes techniques étudiées se rapprochent de la marche des animaux et notamment de celle des insectes.

L'adaptation au support est un problème spécifique aux marcheurs. Il consiste à choisir le meilleur emplacement de contact en alliant l'avance et la stabilité avec l'aide de capteurs de proximité, de contact ou de vision.



Figure (I.14) : Robot Marcheur Xx46 modèle 3D [19].

I.7.2.4 Les robots rampants

La reptation est une solution de locomotion pour un environnement de type tunnel qui conduit à réaliser des structures filiformes. Le système est composé d'un ensemble de modules ayant chacun plusieurs mobilités. Les techniques utilisées découlent des méthodes de locomotion des animaux.

- Le type scolopendre constitue une structure inextensible articulée selon deux axes orthogonaux ;
- Le type lombric comprend trois articulations, deux rotations orthogonales et une translation dans le sens du mouvement principal ;
- Le type péristaltique consiste à réaliser un déplacement relatif d'un module par rapport aux voisins.



Figure (I.15) : robot rampant [20].

I.7.3 Classification selon le domaine d'application

Bien que le champ d'application des robots mobiles reste illimité, nous présentons ici quelques domaines d'application [7] :

- Les robots industriels et de service ;
- Les robots militaires ;
- Les robots de laboratoires.

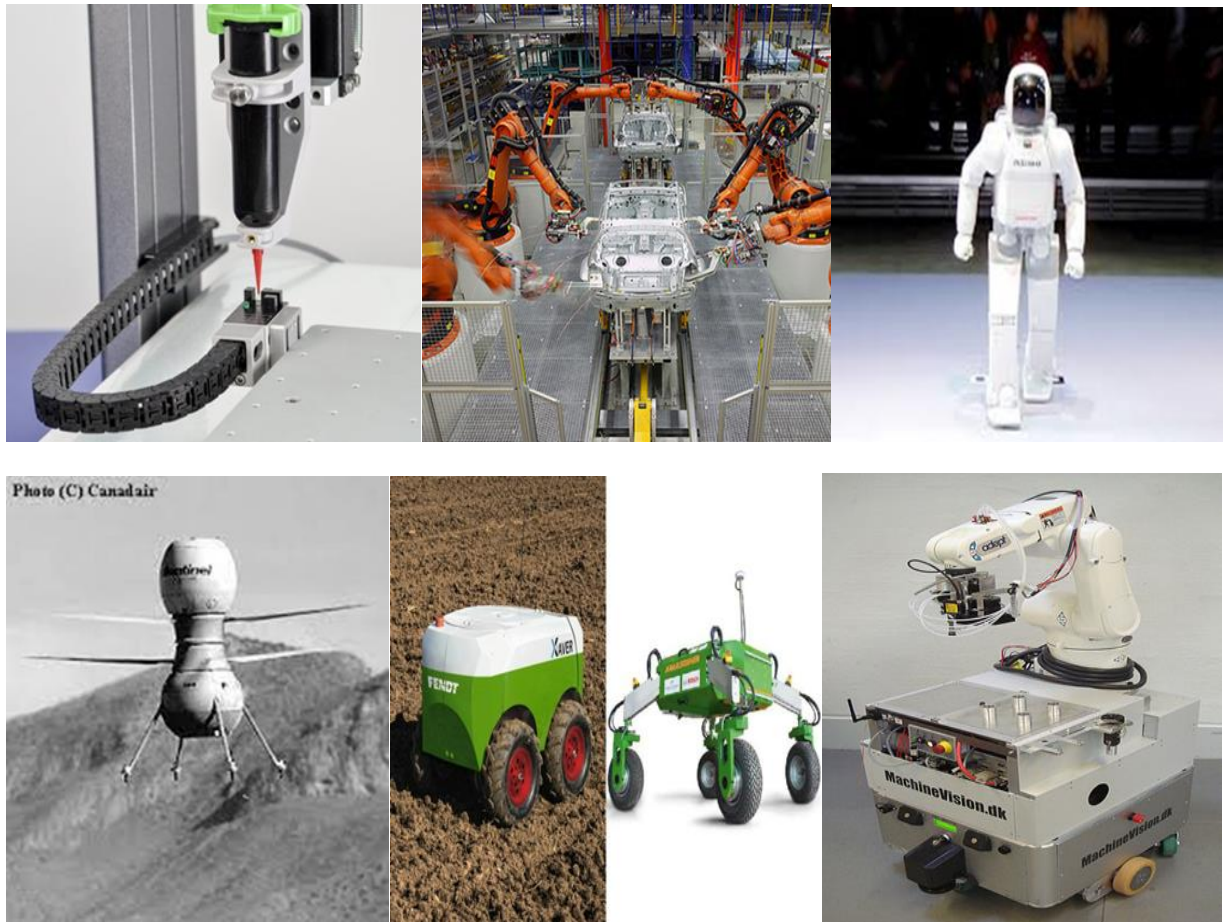


Figure (I.16) : Quelques exemples d'application des robots mobiles [21].

I.7.4 Classification selon la motricité et l'énergie

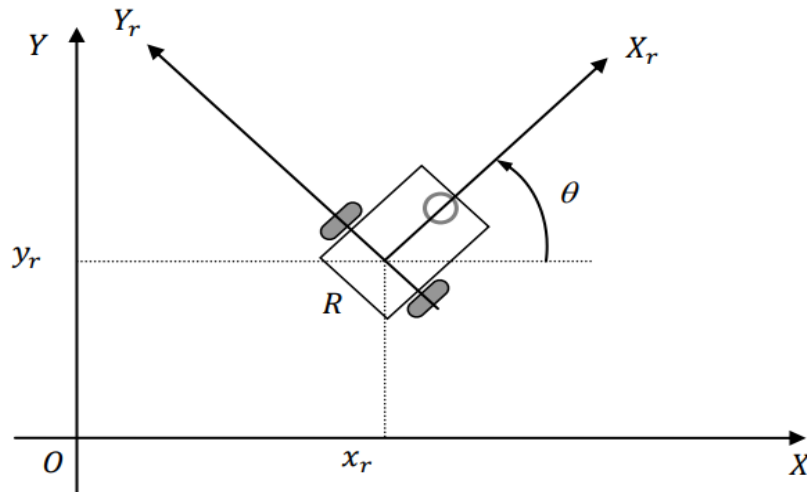
Les mouvements du robot sont assurés par des moteurs de type électrique, thermique ou hydraulique. L'énergie électrique la plus utilisée présente l'avantage d'être facile à contrôler. D'autre part, il y a des difficultés avec le transport et la production d'électricité. Plusieurs méthodes sont utilisées :

- Par batteries qui sont soit rechargées périodiquement de manière automatique ou manuelle, soit par un échange avec d'autres lorsqu'elles sont déchargées ;
- Par groupe électrogène embarqué dont l'inconvénient constitue la masse élevée. L'énergie de base est alors thermique ;
- Par cordon ombilical qui réduit l'autonomie du robot. L'énergie thermique est essentiellement employée par des véhicules de forte puissance comme énergie de base pour la traction ou pour activer un compresseur hydraulique.

I.8 Modélisation du robot mobile à roues

I.8.1 Modélisation géométries

La modélisation géométrique permet de situer les différentes parties mobiles d'un robot les unes par rapport aux autres. Supposant que le robot à étudier est équipé par des roues non déformable et navigue dans un plan horizontal défini par un repère absolu fixe (O, X, Y) , et un repère relatif (R, X_r, Y_r) lié au robot figure (I.17) [22].



Figure(I.17): Modèle Géométrique de Robot Mobile type Unicycle.

La position du robot dans les repères définir comme suit [23] :

$$\begin{cases} q = [x \ y \ \theta]^T \\ q_r = [x_r \ y_r \ \theta_r]^T \end{cases} \quad (\text{I.1})$$

La relation entre ces deux cadres est exprimée à travers la transformation de rotation suivant :

$$q = R(\theta)q_r \quad \text{avec} \quad R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.2})$$

I.8.2 Modélisation cinématique

L'objectif de la modélisation cinématique d'un robot mobile à roues est de trouver la vitesse du robot dans le repère monde en fonction des vitesses des roues et les paramètres géométriques du robot [24].

I.8.2.1 Contraintes non holonomiques

Le mouvement du robot est caractérisé par deux contraintes non-holonomes qui sont obtenues par deux hypothèses. Une contrainte non holonome est une contrainte non intégrable faisant intervenir la dérivée par rapport au temps des coordonnées du robot. Si le robot peut instantanément se déplacer en avant ou en arrière mais il ne peut pas se déplacer à droite et à gauche sans que les roues glissent, on dit qu'il possède une contrainte non holonome à savoir :

- Aucun glissement latéral ;
- Roulement sans glissement.

Aucun glissement latéral: Cette contrainte signifie simplement que le robot peut se déplacer uniquement en avant et en arrière, mais pas latéralement.

En utilisant la matrice de rotation $\mathbf{R}(\theta)$, l'expression de la vitesse du robot dans le repère fixe est :

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \quad (\text{I.3})$$

Ainsi on obtient :

$$-\dot{x}\sin\theta + \dot{y}\cos\theta = 0 \quad (\text{I.4})$$

Roulement sans glissement: La contrainte de roulement sans glissement représente le fait que chaque roue maintient un point en contact avec le sol comme indiqué dans la figure (II.22).

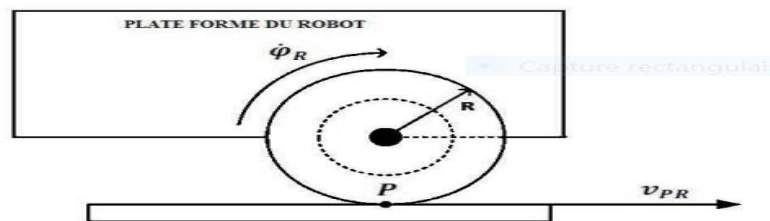


Figure (I.18): Caractérisation du roulement sans glissement.

I.8.2.2 Modélisation cinématique d'un robot mobile de type uni-cycle

L'uni-cycle a un modèle cinématique qui est utilisé comme une référence de base pour de nombreux types des robots mobiles à roues non holonomes. Pour cette raison, ce modèle a attiré beaucoup d'attention de la part des chercheurs travaillant sur les systèmes non linéaires [22].

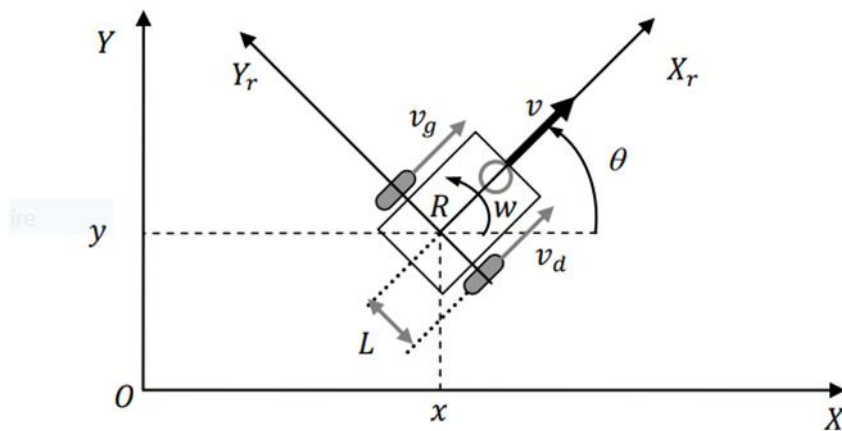


Figure (I.19): Modèle de Robot Mobile type Unicycle [22].

Sa configuration est décrite par un vecteur de coordonnées généralisées:

$$q = [x \quad y \quad \theta]^T \quad (\text{I.5})$$

Avec,

x, y : Coordonnées du point R milieu de l'axel des roues actionnées pris comme point

θ : L'orientation du robot.

v_d : vitesse linéaire de roue droite.

v_g : vitesse linéaire de la roue gauche.

v : vitesse linéaire du robot.

w : vitesse angulaire du robot.

L : La distance entre la roue et le centre du robot.

Ce modèle cinématique peut être décrite par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos(\theta) \\ \dot{y} = v \sin(\theta) \\ \dot{\theta} = w \end{cases} \quad (\text{I.6})$$

La vitesse linéaire est:

$$v = \frac{v_d + v_g}{2} \quad (\text{I.7})$$

La vitesse angulaire est:

$$w = \frac{v_d - v_g}{2L} \quad (\text{I.8})$$

Donc le modèle cinématique du robot uni-cycle est :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} \quad (\text{I.9})$$

I.9 Modélisation dynamique

Le modèle dynamique est nécessaire pour la simulation, l'analyse du mouvement du robot et la conception des variétés d'algorithmes de commande. Plusieurs formalismes tels que: le formalisme d'Euler-Lagrange, le formalisme de Newton-Euler et l'équation de Lagrange de faire la modélisation dynamique du robot. Dans notre cas, on s'intéressera uniquement au formalisme d'Euler-Lagrange [27].

I.9.1 Méthode d'Euler-Lagrange

L'équation d'Euler-Lagrange du mouvement est [24] :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left(\frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q_i} \right) = F_i - \sum_{j=1}^m \lambda_j a_{jk} \quad (\text{I.10})$$

Avec,

$\partial \dot{q}_i \in R^{n \times 1}$: La $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur de coordonnées généralisées ;

$\partial q_i \in R^{n \times 1}$: La $i^{\text{ème}}$ composante de la vitesse généralisée ;

F_i : La force généralisée associée a q_i ;

a_{jk} : ($j = 1, \dots, m$; $k = 1, \dots, n$) Coefficients des contraintes.

$L(q, \dot{q})$: Lagrangien du système.

I.9.2 Lagrangien d'un système mécanique

Soit un système dans la position est repéré sans ambiguïté par le vecteur de coordonnées généralisées \mathbf{q} . Soit $\mathbf{T}(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q})$ l'énergie cinétique de ce système et $\mathbf{W}(\mathbf{q})$ l'énergie potentielle. On appelle lagrangien de ce système, le scalaire noté $\mathbf{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$, défini par :

$$L(q, \dot{q}) = T(\dot{q}, q) - W(q) \quad (\text{I.11})$$

I.9.3 Modélisation dynamique d'un robot mobile de type uni-cycle

Le modèle dynamique obtenu écrit sous forme matricielle est [27] :

$$M(q) \ddot{q} + V(q, \dot{q})\dot{q} = E(q)u - A^T(q)\lambda \quad (\text{I.12})$$

Avec,

$M(q) \in R^{n \times n}$: est la matrice d'inertie symétrique définie positive;

$M(q) \ddot{q} \in R^{n \times n}$: représente la force d'inertie ;

$V(q, \dot{q}) \in R^{n \times 1}$: est la matrice des forces centrifuges et des forces de Coriolis;

$E(q) \in R^{n \times (n-m)}$: La matrice de transformation d'entrée ;

u : est le vecteur d'entrée (couples) ;

$A^T(q) \in R^{m \times n}$: La matrice associée aux contraintes ;

$\lambda \in R^{m \times 1}$: est appelé vecteur des multiplicateurs de Lagrange ;

$(\dot{q}) \in R^{9 \times 1}$: Le vecteur des forces de traction.

Dans ce cas en peut écrire l'énergie cinétique T du système par :

$$T = T_c + T_{wr} + T_{wl} \quad (\text{I.13})$$

où,

T_c : est l'énergie cinétique de la plate-forme;

$$T_c = \frac{1}{2} m_c v^2 + \frac{1}{2} I_c \dot{\theta}^2 \quad (\text{I.14})$$

T_{wd} : est l'énergie cinétique de la roue droite;

$$T_{wr} = \frac{1}{2} m_w v_{wd}^2 + \frac{1}{2} I_m \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_w \dot{\theta}_r^2 \quad (\text{I.15})$$

T_{wg} : est l'énergie cinétique de la roue gauche.

$$T_{wl} = \frac{1}{2} m_w v_{wg}^2 + \frac{1}{2} I_m \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_w \dot{\theta}_l^2 \quad (\text{I.16})$$

Avec,

m_c : masse de la plate-forme ;

m_w : masse de chaque roue plus la masse du moteur ;

v_{wd} : vitesse linéaire de la roue droite ;

v_{wg} : vitesse linéaire de la roue gauche ;

I_m : Moment d'inertie de chaque roue avec le moteur par rapport au diamètre de la roue ;

I_w : Moment d'inertie de chaque roue avec le moteur par rapport à l'axe de la roue ;

I_c : Moment d'inertie de la plate-forme du robot sans les roues, les moteurs, autour de l'axe vertical qui passe par le point C .

Le point C dans le repère fixe A pour coordonnées :

$$\begin{cases} x_c = x_A + d \cos \theta \\ y_c = y_A + d \sin \theta \end{cases}$$

L'énergie cinétique totale est donnée par:

$$T = \frac{1}{2} m (\dot{x}_A^2 + \dot{y}_A^2) - m_c d \dot{\theta} (\dot{y}_A \cos \theta - \dot{x}_A \sin \theta) + \frac{1}{2} I_w (\dot{\theta}_r^2 + \dot{\theta}_l^2) + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \quad (\text{I.17})$$

Avec,

$$\begin{cases} m = m_c + 2m_w \\ I = I_c + m_c d^2 + 2m_w L^2 + 2I_m \end{cases}$$

L'énergie potentielle du système est nulle $W(q) = 0$ car le mouvement est limité au sol :

$$L = T$$

En se servant de l'équation (I.17), l'équation (I.10) devient:

$$\begin{cases} m\ddot{x}_A + md\ddot{\theta}\sin\theta - md\dot{\theta}^2\cos\theta = c_1 \\ m\ddot{y}_A + md\ddot{\theta}\cos\theta - md\dot{\theta}^2\sin\theta = c_2 \\ -md\ddot{x}_A\sin\theta + md\ddot{y}_A\cos\theta + I\ddot{\theta} = c_3 \\ I_w\ddot{\theta}_r = \tau_r + c_4 \\ I_w\ddot{\theta}_l = \tau_l + c_5 \end{cases}$$

Avec c_1 , c_2 , c_3 , c_4 et c_5 sont les coefficients relatifs aux contraintes cinématiques.

Où les matrices sont :

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & -m d \sin \theta & 0 & 0 \\ 0 & m & m d \cos \theta & 0 & 0 \\ -m d \sin \theta & m d \cos \theta & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_w & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_w \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -m d \sin \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m d \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^T(q) \times \lambda = \begin{bmatrix} -\sin \theta & \cos \theta & \cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta & \sin \theta \\ 0 & L & -L \\ 0 & -R & 0 \\ 0 & 0 & -R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \\ \lambda_5 \end{bmatrix}$$

$$E = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Le vecteur des forces actives est constitué des couples appliqués aux roues :

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_r \\ \tau_l \end{bmatrix}$$

Alors il existe une matrice $S(q)$ qui permet de passer des vitesses du repère locale aux vitesses du repère inertiel :

$$\dot{q} = S(q) \eta(t) \tag{I.18}$$

Dans le cas qui nous concerne, cette matrice est donnée par l'expression :

$$S(q) = \begin{bmatrix} \left(\frac{R}{2}\right) \cos \theta & \left(\frac{R}{2}\right) \cos \theta \\ \left(\frac{R}{2}\right) \sin \theta & \left(\frac{R}{2}\right) \sin \theta \\ \frac{R}{2L} & -\frac{R}{2L} \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{I.19}$$

Soit $\boldsymbol{v}(t)$ un ensemble de vitesse indépendantes choisies de manière à mesurer les vitesses longitudinale et angulaire du robot mobile, relativement au repère solide du robot mobile et ayant comme origine le centre de masse :

$$\boldsymbol{\eta}(t) = [\dot{\theta}_r \quad \dot{\theta}_l]^T \quad (\text{I.20})$$

En dérivant l'équation (II.16) :

$$\ddot{\boldsymbol{q}} = \dot{\boldsymbol{S}}\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{S}\dot{\boldsymbol{\eta}} \quad (\text{I.21})$$

En remplaçant l'équation (II.21) et (II.5) dans (II.12), nous obtenons :

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{S}}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{S}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{\eta}} + \boldsymbol{V}(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{u} - \boldsymbol{A}^T(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\lambda}$$

On définit une matrice $\boldsymbol{S} \in \mathbf{R}^{n \times (n-m)}$ qui satisfait la relation suivant :

$$\boldsymbol{S}^T(\boldsymbol{q})\boldsymbol{A}^T(\boldsymbol{q}) = \mathbf{0}$$

En prenant l'équation (II.16) et la remplaçant dans (II.15) et en multipliant par $\boldsymbol{S}^T(\boldsymbol{q})$ le terme $\boldsymbol{A}^T(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\lambda}$ est éliminé. Les équations représentant le modèle complet du système de robot mobile non holonome sont données par :

$$\boldsymbol{S}^T(\boldsymbol{q})\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{S}}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{S}^T(\boldsymbol{q})\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{S}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{\eta}} + \boldsymbol{S}^T(\boldsymbol{q})\boldsymbol{V} + \boldsymbol{S}^T(\boldsymbol{q})\boldsymbol{G} = \boldsymbol{S}^T(\boldsymbol{q})\boldsymbol{E}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{u}$$

En posant :

$$\begin{cases} \bar{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{S}^T(\boldsymbol{q})\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{S}(\boldsymbol{q}) \\ \bar{\boldsymbol{V}}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{S}^T(\boldsymbol{q})\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{S}}(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{S}^T(\boldsymbol{q})\boldsymbol{V}(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{S}^T(\boldsymbol{q})\boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}) \\ \bar{\boldsymbol{G}}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{S}^T(\boldsymbol{q})\boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}) = \mathbf{0} \\ \bar{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{S}^T(\boldsymbol{q})\boldsymbol{E}(\boldsymbol{q}) \end{cases} \quad (\text{I.22})$$

Alors on peut réécrire l'équation dynamique du robot mobile comme suit :

$$\bar{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{\eta}} + \bar{\boldsymbol{V}}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\eta} = \bar{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{u} \quad (\text{I.23})$$

Isolant $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ nous obtenons :

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{S}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\eta} \\ \dot{\boldsymbol{\eta}} = \bar{\boldsymbol{M}}^{-1}(\boldsymbol{q})(\bar{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{u} - \bar{\boldsymbol{V}}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\eta}) \end{cases} \quad (\text{I.24})$$

Si la condition $\det(\boldsymbol{S}^T\boldsymbol{E}) \neq \mathbf{0}$ est vraie (ce qui est le cas dans la plupart des exemples réalistes), l'entrée du système peut être exprimée par l'équation (I.23) comme suit:

$$\boldsymbol{u} = \bar{\boldsymbol{E}}^{-1}(\boldsymbol{q})(\bar{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{\eta}} + \bar{\boldsymbol{V}}(\boldsymbol{q})) \quad (\text{I.25})$$

En étendant le vecteur d'état avec la pseudo-vélocité:

$$x = [q^T \quad v^T]^T \quad (\text{I.26})$$

Présenter le système sous forme non linéaire:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (\text{I.27})$$

(L'expression $f(x)$ contient une dépendance non linéaire des états), la représentation de l'espace d'état du système est la suivante:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S(q)\eta \\ \bar{M}^{-1}(q)(\bar{E}(q)u - \bar{V}(q)\eta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{M}^{-1}(q)\bar{E}(q) \end{bmatrix} u \quad (\text{I.28})$$

Le modèle d'espace d'état commun (I.20) qui inclut le modèle cinématique et dynamique est déterminé par des matrices:

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} I_w + \frac{R^2}{4L^2}(mL^2 + I) & \frac{R^2}{4L^2}(mL^2 - I) \\ \frac{R^2}{4L^2}(mL^2 - I) & I_w + \frac{R^2}{4L^2}(mL^2 + I) \end{bmatrix} \quad (\text{I.29})$$

$$\bar{V} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{R^2}{2L^2}(m_c d\dot{\theta}) \\ -\frac{R^2}{2L^2}(m_c d\dot{\theta}) & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{I.30})$$

$$\bar{E} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{I.31})$$

En insérant (I.7) et (I.8) dans (I.23) on obtient:

$$\begin{bmatrix} (m + \frac{2I_w}{R^2}) & 0 \\ 0 & (J + \frac{2L^2}{R^2}I_w) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -(m_c dw) \\ (m_c dw) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (\text{I.32})$$

Avec,

$$u = \begin{cases} u_1 = \tau_r + \tau_l \\ u_2 = \tau_r - \tau_l \end{cases}$$

I.10 Commande des robots mobiles

L'objectif de la commande des robots et des synthèses des lois de commande permettant la poursuite d'une trajectoire de référence et d'assurer la stabilité du système en boucle ouvert.

I.10.1 Quelques techniques de commande en robotique mobile

On trouve dans la littérature plusieurs outils de commande des systèmes qui peuvent être appliqués aux problèmes de contrôle des robots mobiles [26].

- La méthode du linéarisé tangent ;
- La technique directe de Lyapunov ;
- L'utilisation du théorème de LaSalle et du lemme de Barbalat ;
- Le retour d'état linéarisant ;
- Commande non linéaire (mode de glissement, backstepping, etc.) ;
- La commande à base de l'intelligence artificielle.

I.11 Conclusion

Ce premier chapitre fournit une présentation générale sur les robots mobiles. Nous avons résumé toutes les notions de base nécessaires à la compréhension du domaine de la robotique mobile. Les modèles adoptés dans ce domaine ont été également examinés, on s'est intéressé spécialement au robot mobile de type uni-cycle.

Après avoir fait une approche avec le monde de la robotique mobile, nous allons nous intéresser à l'aspect de la commande dans les chapitres suivants.

Chapitre II

Commande par Backstepping appliquée au robots mobiles

أول العلم الصمت والثاني حسن الاستماع
والثالث حفظه والرابع العمل به
والخامس نشره

II.1 Introduction

La commande par backstepping présente un grand intérêt pour la commande des systèmes non linéaires. L'idée de base de cette commande est de rendre les systèmes bouclés équivalents à des sous-systèmes d'ordre un en cascade stable au sens de Lyapunov, ce qui leur confère des qualités de robustesse et une stabilité globale asymptotique.

L'objectif de cette commande est la minimisation de l'erreur de suivi de la trajectoire dans le but de renforcer davantage la stabilité du robot tout en se basant sur la théorie de Lyapunov.

Dans cette partie du travail, nous allons présenter dans un premier temps les techniques de bases du Backstepping d'un robot mobile de type unicycle, et en deuxième lieu nous présenterons quelques concepts sur la théorie de Lyapunov, En troisième plan, nous avons introduit les idées de base de la conception des lois de commande par le backstepping. Pour illustrer cette approche, des résultats de simulations sont présentés pour un système non linéaire de deuxième ordre et le modèle d'un robot mobile de type unicycle.

II.2 Stabilité des systèmes non linéaires

II.2.1 Système non linéaire

Les systèmes non linéaires, sont des systèmes physiques qui ne sont pas régis par des équations linéaires. Les systèmes non linéaires sont décrits par des équations différentielles non linéaires à coefficients constants.

La forme la plus utilisée pour la représentation des systèmes non linéaires est la suivante:

$$\dot{x} = f(x, t) \tag{II.1}$$

Où, $\dot{x}(t) \in R^n$ est le vecteur d'état, $f(\cdot)$ est une fonction non linéaire [27].

II.2.2 Stabilité

Un système linéaire possédant un point d'équilibre stable et dit stable. Il n'est pas de même pour un système non linéaire, étant donné que celui-ci peut avoir plusieurs positions d'équilibre. La stabilité de l'une de ses positions d'équilibre nous suffit pas à elle seule à prédire la stabilité du système [28].

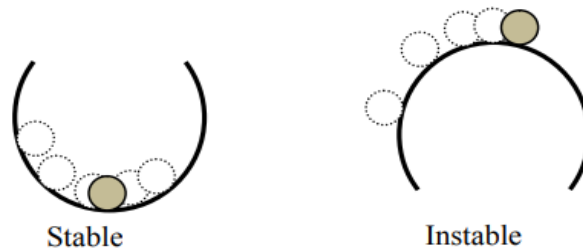


Figure (II.1) : Illustration de la définition intuitive de la stabilité [29].

II.2.2.1 Stabilité asymptotique locale et globale

Si la stabilité asymptotique est vérifiée pour les conditions initiales, on a alors une stabilité asymptotique globale du point $x = 0$. Si ce n'est pas le cas, on a alors une stabilité asymptotique locale [28].

Théorème de Lyapunov:

S'il existe une fonction $V(x)$ ayant sa première dérivée partielle continue tel que :

- $V(x)$ est définie positive ($V(x) > 0 ; \forall x \neq 0$)
- $\dot{V}(x)$ est semi définie négative ($\dot{V}(x) < 0$)

Alors le point d'équilibre $x = 0$ est stable.

Si $\dot{V}(x)$ est définie négative, alors la stabilité est asymptotique locale.

S'il existe une fonction scalaire $V(x)$ ayant sa première dérivée partielle continue tel que :

- $V(x)$ est définie positive.
- $\dot{V}(x)$ est définie négative.
- $V(x) \rightarrow \infty$ Quand $\|x\| \rightarrow \infty$

Alors le point d'équilibre $x = 0$ est asymptotiquement stable globalement.

II.3 Généralités sur la technique de backstepping

Le backstepping a été développé par Kanellakopoulos et al. (1991) [30] et inspiré par les travaux de Feuerer & Morse (1978) [31] d'une part et Tsinias (1989) [32] et Kokotovit & Sussmann (1989) [33] d'autre part. L'arrivée de cette méthode a donné un nouveau souffle à la commande des systèmes non linéaires, qui malgré les grande progrès réalisés, manquait d'approches générales [34].

L'objectif de cette technique est de calculer, en plusieurs étapes, une commande qui garantit la stabilité globale du système [35].

II.4 Principe de backstepping

Le principe de la commande par backstepping consiste à calculer, une loi de commande afin de garantir qu'une certaine fonction de Lyapunov soit définie positive et sa dérivée soit toujours négative. Celle-ci permet de garantir la stabilité globale du système compensé tout en travaillant en poursuite et en régulation [36].

II.4.1 Théorie de la commande backstepping

Cette méthode s'applique à des systèmes ayant une forme dite triangulaire, telle que l'indique la représentation suivante [37] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2, \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3, \\ \vdots \\ \dot{x}_n = f_n(x_1, \dots, x_n) + g_n(x_1, \dots, x_n)u, \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

Les erreurs de poursuite :

$$\begin{cases} z_1 = x_1 - \alpha_0 \\ z_2 = x_2 - \alpha_1 \\ z_3 = x_3 - \alpha_2 \\ \vdots \\ z_n = x_n - \alpha_{n-1} \end{cases} \quad (\text{II.3})$$

Afin d'illustrer la procédure récursive de la méthode backstepping, on considère que la sortie du système $\mathbf{y} = \mathbf{x}_1$ désire suivre le signal de référence \mathbf{Y}_{ref} . Le système étant d'ordre n , la mise en œuvre s'effectue en n étapes.

Étape 1:

On commence par la première équation du système (II.2), où \mathbf{x}_2 sera considérés comme une commande virtuelle intermédiaire. La première référence désirée est notée $\mathbf{y}_{ref} = \alpha_0$.

Ce qui conduit à l'erreur de régulation suivante :

$$z_1 = x_1 - \alpha_0 \quad (\text{II.4})$$

Ainsi sa dérivée est :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{\alpha}_0 \\ &= f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 - \dot{\alpha}_0 \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

Pour un tel système, nous construisons d'abord la fonction de Lyapunov V_1 sous une forme quadratique :

$$V_1 = \frac{1}{2}z_1^2 \quad (\text{II.6})$$

Sa dérivée temporelle est :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= z_1 \dot{z}_1 \\ &= [f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 - \dot{\alpha}_0] \end{aligned} \quad (\text{II.7})$$

Un choix judicieux de x_2 rendrait \dot{V}_1 négative et assurerait la stabilité pour la dynamique de l'équation (II.5) Pour cela, prenons : $x_2 = \alpha_1$ telle que :

$$f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 - \dot{\alpha}_0 = -k_1 z_1 \quad (\text{II.8})$$

Où $k_1 > 0$ est une constante de conception.

Ainsi, la loi de commande pour le système (II.5) sera donnée par :

$$\alpha_1 = \frac{1}{g_1(x_1)} [-k_1 z_1 - f_1(x_1) + \dot{\alpha}_0] \quad (\text{II.9})$$

Ce qui implique :

$$\dot{V}_1 = -k_1 z_1^2 + g_1(x_1)z_1 z_2 \quad (\text{II.10})$$

Etape 2:

L'erreur de régulation:

$$z_2 = x_2 - \alpha_1 \quad (\text{II.11})$$

Sa dérivée est :

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 &= \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 \\ &= f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 - \dot{\alpha}_1 \end{aligned} \quad (\text{II.12})$$

Pour le system (II.12), la fonction de Lyapunov étendue est:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}z_2^2$$

$$= \frac{1}{2} [z_1^2 + z_2^2] \quad (\text{II.13})$$

Dont la dérivée est :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + z_2 \dot{z}_2 \\ &= -k_1 z_1^2 + z_2 [f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2) x_3 - \dot{\alpha}_1] \end{aligned} \quad (\text{II.14})$$

Le choix de x_3 qui stabilisera la dynamique du système (II.12), et rendra \dot{V}_2 négative est :

$x_3 = \alpha_2$ Telle que :

$$f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2) x_3 - \dot{\alpha}_1 = -k_2 z_2 \quad (\text{II.15})$$

Où $K_2 > 0$ Est une constante de conception. Ainsi, la loi de commande pour le système (II.12) sera donnée par :

$$\alpha_2 = \frac{1}{g_2(x_1, x_2)} [-k_2 z_2 - g_1(x_1) z_1 - f_2(x_1, x_2) + \dot{\alpha}_1] \quad (\text{II.16})$$

Avec,

$$\dot{\alpha}_1 = \frac{g_1(x_1) [-k_1 \dot{z}_1 + \ddot{\alpha}_0 - \dot{f}_1(x_1)] - [-k_1 z_1 + \dot{\alpha}_0 - f_1(x_1)] g_0(x_1)}{g_1^2(x_1)} \quad (\text{II.17})$$

Un tel choix implique que :

$$\dot{V}_2 = -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 + g_2(x_1, x_2) z_2 z_3 \quad (\text{II.18})$$

Étape n :

L'erreur de régulation :

$$z_n = x_n - \alpha_{n-1} \quad (\text{II.19})$$

Sa dérivée est :

$$\begin{aligned} \dot{z}_n &= \dot{x}_n - \dot{\alpha}_{n-1} \\ &= f_n(x_1, \dots, x_n) + g_n(x_1, \dots, x_n) u - \dot{\alpha}_{n-1} \end{aligned} \quad (\text{II.20})$$

Pour le système (II.20), la fonction de Lyapunov étendue est :

$$V_n = V_1 + V_2 + \dots + \frac{1}{2} z_n^2$$

$$= \frac{1}{2} [z_1^2 + \dots + z_n^2] \quad (\text{II.21})$$

Sa dérivée est :

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &= \dot{V}_1 + \dots + z_n \dot{z}_n \\ &= -k_1 z_1^2 + \dots + z_n [f_n(x_1, \dots, x_n) + g_n(x_1, \dots, x_n)u - \dot{\alpha}_{n-1}] \end{aligned} \quad (\text{II.22})$$

Dans cette dernière étape, on est arrivé à déduire la loi de commande pour le système entier. Un bon choix doit satisfaire :

$$f_n(x_1, \dots, x_n) + g_n(x_1, \dots, x_n)u - \dot{\alpha}_{n-1} = -k_n z_n \quad (\text{II.23})$$

Où $k_n > 0$ Est une constante de conception.

Ainsi, la loi de commande pour le système entier sera donnée par :

$$u = \frac{1}{g_n(x_1, \dots, x_n)} [-k_n z_n - g_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1})u - f_n(x_1, \dots, x_n) + \dot{\alpha}_{n-1}] \quad (\text{II.24})$$

Quelle garantie la négativité de la dérivée de la fonction de Lyapunov étendue :

$$\dot{V}_n = -k_1 z_1^2 - \dots - k_n z_n^2 \leq 0 \quad (\text{II.25})$$

II.5 Avantage de la commande Bckstepping

- Les propriétés de stabilité et la loi de contrôle peuvent être garanties dans cette même étape ;
- La loi de contrôle peut être obtenue par étapes non supérieures à l'ordre du système ;
- Dans le Backstepping adaptative, des paramètres d'usine inconnus peuvent être facilement traités pour concevoir des lois de contrôle ;
- Les observateurs peuvent être facilement incorporés dans la procédure de conception pour effectuer le Backstepping d'observateur [38].

II.6 Commande par Backstepping en robotique mobile

II.6.1 Rappel du modèle cinématique de l'unicycle

Une écriture simplifiée et couramment rencontrée du modèle cinématique d'un robot mobile de type unicycle est la suivante [39] :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} \quad (\text{II.26})$$

v et w représentent, respectivement, la vitesse linéaire et la vitesse angulaire du robot.

II.6.2 Méthode de poursuite de trajectoire

Pour formuler le problème de commande de poursuite de trajectoire, nous définissons un robot mobile de référence (virtuel) qui génère une trajectoire désirée à suivre par le robot réel, Cette trajectoire est donnée par [40] :

$$\dot{q}_r = S(\theta_r)v_r \quad (\text{II.27})$$

- $S(\theta_r)$: est le jacobéen.
- $q_r(t) = [x_r(t) \ y_r(t) \ \theta_r(t)]^T \in R^3$: désigne le vecteur de coordonnées généralisées du robot de référence.
- $v_r(t) = [v_r(t) \ w_r(t)]^T$ représente le vecteur des vitesses de référence linéaire et de rotati

Nous définissons aussi le vecteur q_e vecteur d'erreur de poursuite, qui est l'expression du vecteur de référence q_r dans le repère lié au châssis du robot :

$$q_e = \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix} \quad (\text{II.28})$$

On appelle T_e la matrice de transformation des coordonnées du repère fixe dans le repère lié au robot:

$$T_e = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.29})$$

En remplaçant la matrice T_e dans l'équation (II.29), nous obtenons :

$$q_e = T_e(q_r - q) \quad (\text{II.30})$$

Le vecteur des variations d'erreurs est écrit sous forme :

$$\dot{q}_e = \begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \\ \dot{e}_\theta \end{bmatrix} = v \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + w \begin{bmatrix} e_y \\ e_x \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_r \cos e_\theta \\ v_r \sin e_\theta \\ w_r \end{bmatrix} \quad (\text{II.31})$$

Le but des lois de commande à concevoir est de faire tendre le vecteur q_e à zéro.

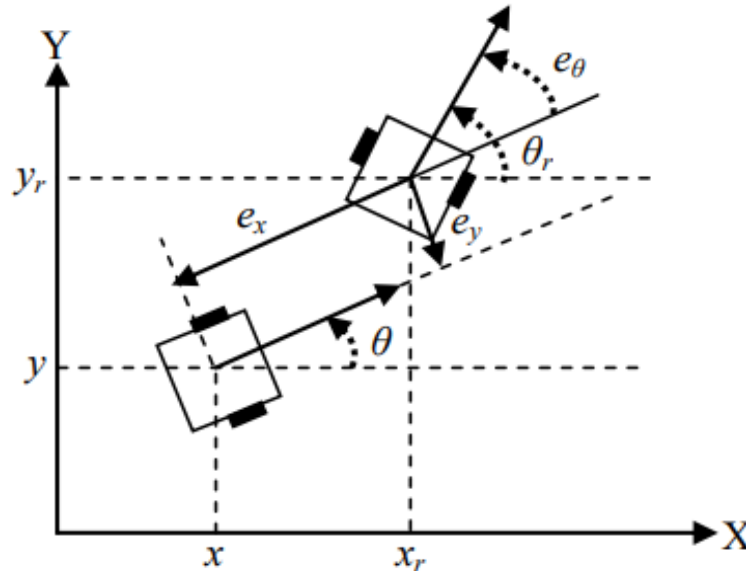


Figure (II.2) : Erreur de posture [39].

II.6.3 Conception de la commande pour la poursuite de trajectoire

Dans le cas de commande dynamique des robots mobiles à roues en présence de glissements, la procédure de contrôle « Backstepping » se déroulera en deux étapes :

- La commande par stabilisation cinématique
- La commande par stabilisation dynamique

La commande cinématique utilise la position souhaitée du robot et de la position réelle pour calculer les corrections de vitesse nécessaires. Ces corrections de vitesse sont utilisées dans la commande dynamique pour calculer les couples des roues requises pour la commande différentielle.

II.6.3.1 Commande cinématique

La loi de commande au niveau cinématique est basée sur la méthode de poursuite stable fréquemment utilisée et mentionnée dans la littérature traitant le problème de poursuite de trajectoire qui sera détaillée dans cette section [41].

La relation suivante entre les variables mesurées (x, y, θ) et les variables décrivant la trajectoire désirée (x_r, y_r, θ_r) , représente le retour d'état appliqué sur le système réel, le but du contrôleur est d'élaborer une loi de commande (v_c, w_c) qui permet d'annuler la posture d'erreur $(q_e \rightarrow \mathbf{0})$ [42] et [43].

Les entrées (v_c, w_c) , qui font convertir les erreurs e_x, e_y et e_θ à zéro, sont donnés par la relation suivante :

$$\begin{cases} v_c = v_r \cos e_\theta + k_x e_x \\ w_c = w_r + k_y v_r e_y + k_\theta e_\theta \end{cases} \quad (\text{II.32})$$

où, k_x , k_y et k_θ sont des constantes positives.

En se basant sur la méthode de Lyapunov pour choisir la loi de commande v_c, w_c qui assure la stabilité de la commande cinématique, soit la fonction de Lyapunov définie positive :

$$V = \frac{1}{2}(e_x^2 + e_y^2) + \frac{1 - \cos e_\theta}{k_y} > 0 \quad (\text{II.33})$$

La dérivée de l'équation précédente est telle que :

$$\dot{V} = \dot{e}_x e_x + \dot{e}_y e_y + \frac{1}{k_y} (\dot{e}_\theta \sin e_\theta) \quad (\text{II.34})$$

Par substitution dans l'équation ci-dessus on obtient :

$$\dot{V} = (-v + v_r \cos e_\theta) e_x + (v_r k_y e_y + \frac{w_r}{k_y} - \frac{w}{k_y}) \frac{\sin e_\theta}{k_y} \quad (\text{II.35})$$

L'utilisation de (II.32) nous donne :

$$\dot{V} = -k_x e_x^2 - \frac{k_\theta \sin^2 e_\theta}{k_y} \leq 0 \quad (\text{II.36})$$

La figure (II.3) présent le schéma-bloc de la commande par backstepping de poursuite étudiée :

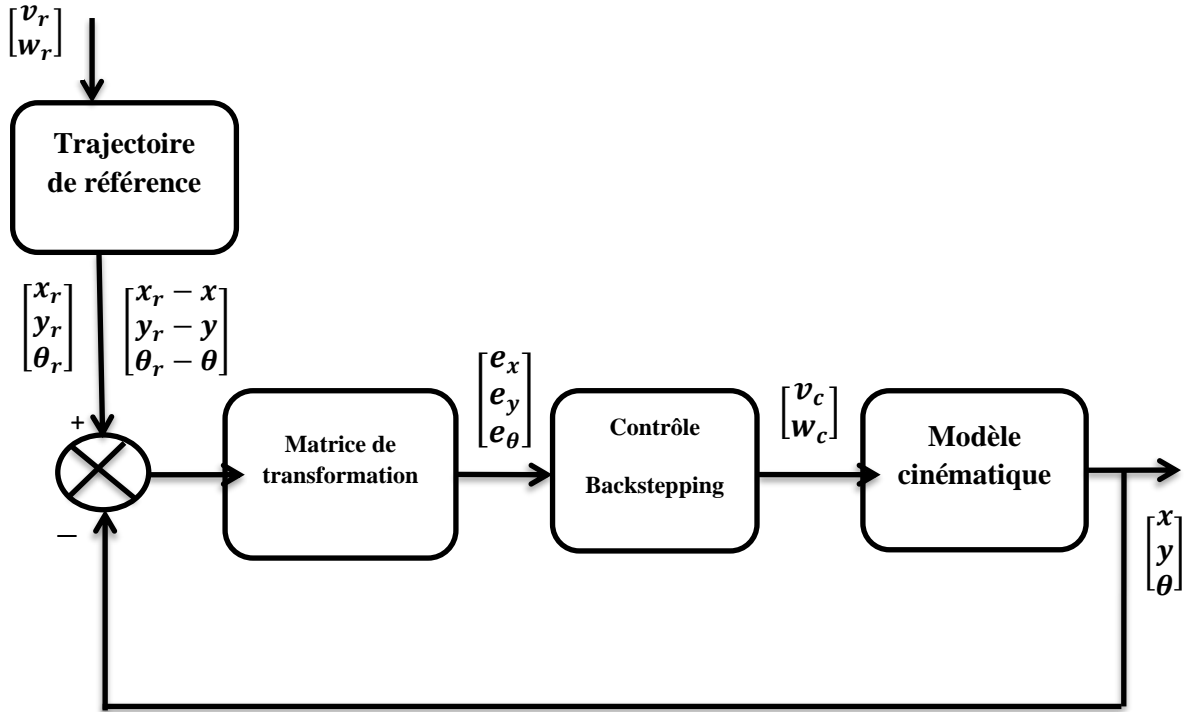


Figure (II.3): Schéma de commande en boucle cinématique.

II.6.3.2 Commande dynamique

Comme nous avons vu dans le premier chapitre la formule du modèle dynamique du robot mobile unicycle :

$$\bar{M}(q)\dot{v} + \bar{V}(q, \dot{q})v = \bar{E}(q)u \quad (\text{II.37})$$

Le modèle d'état (I.27) du robot mobile unicycle :

$$\begin{bmatrix} (m + \frac{2I_w}{R^2}) & 0 \\ 0 & (J + \frac{2L^2}{R^2}I_w) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -(m_c dw) \\ (m_c dw) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

Où $v = [v \ w]^T$ est le vecteur de vitesse linéaire et angulaire du robot.

Avec,

$$u = \begin{cases} u_1 = \tau_r + \tau_l \\ u_2 = \tau_r - \tau_l \end{cases}$$

Soit u_c une entrée auxiliaire, on applique la commande non linéaire suivante [44] :

$$\tau = \bar{E}^{-1}(q)[\bar{M}(q)u_c + \bar{V}(q, \dot{q})v] \quad (\text{II.38})$$

Nous utilisons un modèle dynamique (II.37) ce qui convertit un problème de commande dynamique en un problème de commande cinématique, le modèle est donc la suivant:

$$\begin{cases} \dot{q} = S(q)v \\ \dot{v} = u_c \end{cases} \quad (\text{II.39})$$

Le problème de poursuite de trajectoire pour le robot mobile unicycle se pose comme suit :

$$q_r = [x_r \quad y_r \quad \theta_r]^T, V_r = [v_r \quad w_r]^T$$

$$\begin{cases} \dot{x}_r = v_r \cos \theta_r \\ \dot{y}_r = v_r \sin \theta_r \\ \dot{\theta}_r = w_r \end{cases} \quad (\text{II.40})$$

Avec $v_r > 0$ est La vitesse de référence linéaire et $w_r > 0$ est La vitesse de référence angulaire.

La figure (II.4) présent le schéma-bloc de la commande par backstepping de poursuite étudiée :

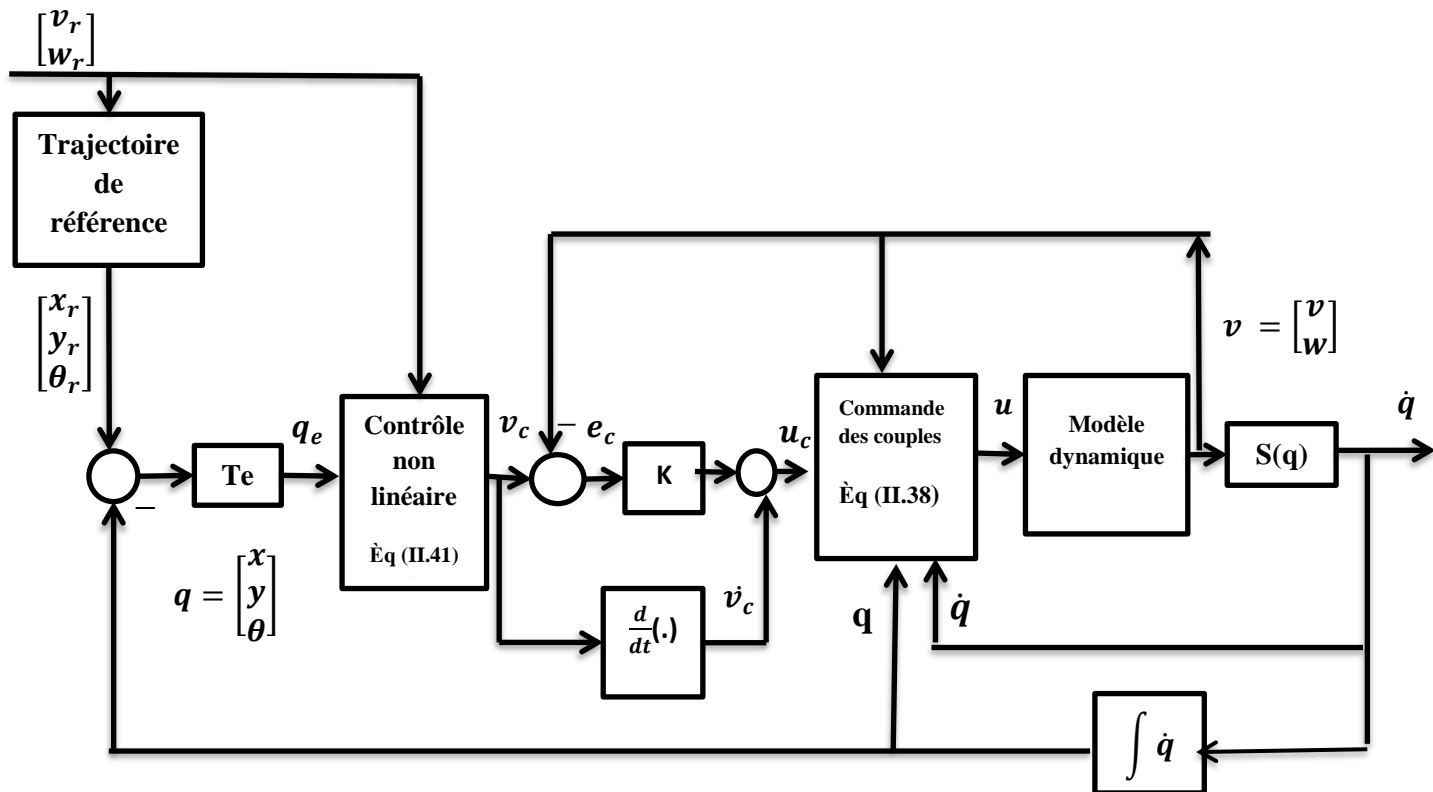


Figure (II.4) : Schéma de commande en boucle dynamique.

L'entrée de commande auxiliaire pour les vitesses qui réalise le suivi pour (II.39) est donnée par :

$$v_c = \begin{bmatrix} v_c \\ w_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_r \cos e_\theta + k_x e_x \\ w_r + k_y v_r e_y + k_\theta v_r \sin e_\theta \end{bmatrix} \quad (\text{II.41})$$

Où, $K = [k_x \quad k_y \quad k_\theta]^T$ est un vecteur des paramètres constants.

La dérivée de v_c est telle que :

$$\dot{v}_c = \begin{bmatrix} \dot{v}_r \cos e_\theta \\ \dot{w}_r + k_y \dot{v}_r e_y + k_\theta \dot{v}_r \sin e_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x & 0 & -v_r \sin e_\theta \\ 0 & k_y v_r & k_\theta v_r \cos e_\theta \end{bmatrix} \dot{q}_e \quad (\text{II.42})$$

Supposons que la vitesse de référence linéaire et celle angulaire sont constantes, on obtient :

$$\dot{v}_c = \begin{bmatrix} k_x & 0 & -v_r \sin e_\theta \\ 0 & k_y v_r & k_\theta v_r \cos e_\theta \end{bmatrix} \dot{q}_e \quad (\text{II.43})$$

Notre objective est de concevoir une loi de commande par backstepping assurant la poursuite de trajectoire de référence avec une vitesse désirée constant. Ensuite, l'entrée de commande pour l'accélération est proposée comme suite :

$$u_c = \dot{v}_c + k (v_c - v) \quad (\text{II.44})$$

Avec, $v = [v \quad w]^T$ est le vecteur des vitesses linéaire et angulaire du robot et $K = kI$ est une matrice diagonale définie positive, maintenant les erreurs des vitesses sont définies par l'équation suivante :

$$e_c = v - v_c \quad (\text{II.45})$$

$$e_c = \begin{bmatrix} e_v \\ e_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v - v_c \\ w - w_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v - v_r \cos e_\theta - k_x e_x \\ w - w_r - k_y v_r e_y - k_\theta v_r \sin e_\theta \end{bmatrix} \quad (\text{II.46})$$

L'utilisation de (II.44), nous donne :

$$\dot{e}_c = -K e_c \quad (\text{II.47})$$

Alors la vitesse du robot mobile v converge vers v_c lorsque $t \rightarrow \infty$.

Considérez la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$V = k_x (e_x^2 + e_y^2) + \frac{2k_x}{k_y} (1 - \cos e_\theta) + \frac{1}{2k} (e_v^2 + \frac{k_x}{k_y k_\theta v_r} e_w^2) \quad (\text{II.48})$$

Sa dérivée, en utilisant (II.31), (II.46) et (II.47), est donnée par :

$$\begin{aligned}\dot{V} &= 2k_x e_x \dot{e}_x + 2k_y e_y \dot{e}_y + \frac{2k_x}{k_y} e_\theta \sin e_\theta - e_v^2 - \frac{k_x}{k_y k_\theta v_r} e_w^2 \\ &= -(v - v_r \cos e_\theta)^2 - k_x^2 e_x^2 - \frac{k_x}{k_y k_\theta v_r} (w - w_r - k_y v_r e_y)^2 - \frac{k_x k_\theta}{k_y} v_r \sin^2 e_\theta\end{aligned}\quad (\text{II.49})$$

Et, si prend en considération (II.46) encore une fois, on obtient :

$$\dot{V} = -k_x^2 e_x^2 - \frac{k_x k_\theta}{k_y} v_r \sin^2 e_\theta - (e_v + k_x e_x)^2 - \frac{k_x}{k_y k_\theta v_r} (e_w + k_\theta v_r \sin e_\theta)^2 \quad (\text{II.50})$$

Ce qui montre bien la négativité de \dot{V} , $\dot{V} \leq 0$ ce qui implique encore la bornitude de

$e = [e_x \ e_y \ e_\theta \ e_v \ e_w]^T$. L'utilisation des équations (II.31), (II.46) et (II.50) nous prouve que $\|e\|$ et $\|\dot{e}\|$ sont bornées ce qui prouve encore la continuité uniforme de \dot{V} . D'où, $\dot{V} \rightarrow 0$ lorsque $t \rightarrow \infty$. Si poussant que $e_c = [e_v \ e_w]^T \rightarrow 0$ lorsque $t \rightarrow \infty$, alors à la limite, on a :

$$0 = k_x e_x^2 + \frac{k_\theta}{k_y} v_r \sin^2 e_\theta \quad (\text{II.51})$$

Ce qui implique que $[e_x \ e_\theta]^T \rightarrow 0$ lorsque $t \rightarrow \infty$ d'après (II.31) on obtient :

$$w_r - w = 0 \quad (\text{II.52})$$

Et supposant que $e_w \rightarrow 0$ dans (II.46), cela donne :

$$w - w_r - k_y v_r e_y - k_\theta v_r \sin e_\theta = 0 \quad (\text{II.53})$$

$$-k_y v_r e_y = 0 \quad (\text{II.54})$$

Ce qui implique $e_y \rightarrow 0$ lorsque $t \rightarrow \infty$. Par conséquent, le point d'équilibre $e = 0$ est uniformément asymptotiquement stable.

II.7. Résultat de simulation

Pour montrer l'efficacité de la commande proposée, des simulations ont été réalisées en utilisant l'environnement Matlab. Les trajectoires de poursuite désirées sont la trajectoire circulaire. Ces dernières sont données sous forme de vitesse de consignes qui seront intégrées pour générer les trajectoires à suivre.

Les différents paramètres du robot utilisé dans la simulation sont les suivants [45] :

Masse de la plate-forme : $m_c = 30 \text{ kg}$

Masse de la roue : $m_w = 1 \text{ kg}$

Rayon de la roue : $r = 0.15 \text{ m}$

Mi-distance entre les deux roues : $b = 0.75 \text{ m}$

Distance entre le point milieu des deux roues et le centre de gravité du robot : $d = 0.3 \text{ m}$

Inertie par rapport au centre de gravité : $I_c = 15.625 \text{ kg.m}^2$

Inertie par rapport au diamètre de la roue : $I_m = 0.0025 \text{ kg.m}^2$

Inertie par rapport à l'axe de la roue : $I_w = 0.005 \text{ kg.m}^2$

Masse totale du robot: $m = m_c + 2 * m_w = 32 \text{ kg}$

Inertie du robot: $I = I_c + m_c * d^2 + 2 * m_w * b^2 + 2 * I_m = 19.46 \text{ kg.m}^2$

II.7.1 Simulations dans la boucle cinématique

- **Trajectoire circulaire :**

La trajectoire circulaire est générée à partir du choix des vitesses de référence suivantes :

$$\begin{cases} v_r(t) = 1 \text{ m/s} \\ \omega_r(t) = 1 \text{ rad/s} \end{cases}$$

Avec,

$$\begin{cases} x_r(t) = (v_r/\omega_r) * \cos(\omega_r * t - 0.5 * \pi) \\ y_r(t) = (v_r/\omega_r) * \sin(\omega_r * t - 0.5 * \pi) \\ \theta_r(t) = t \end{cases}$$

La position initiale réelle du robot mobile est :

$$\begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = 1 \\ \theta_0 = -\frac{\pi}{4} \end{cases}$$

Paramètres de la commande:

$$k_x = 10, k_y = 10, k_\theta = 10$$

Les résultats de simulation sont illustrés par les figures suivantes :

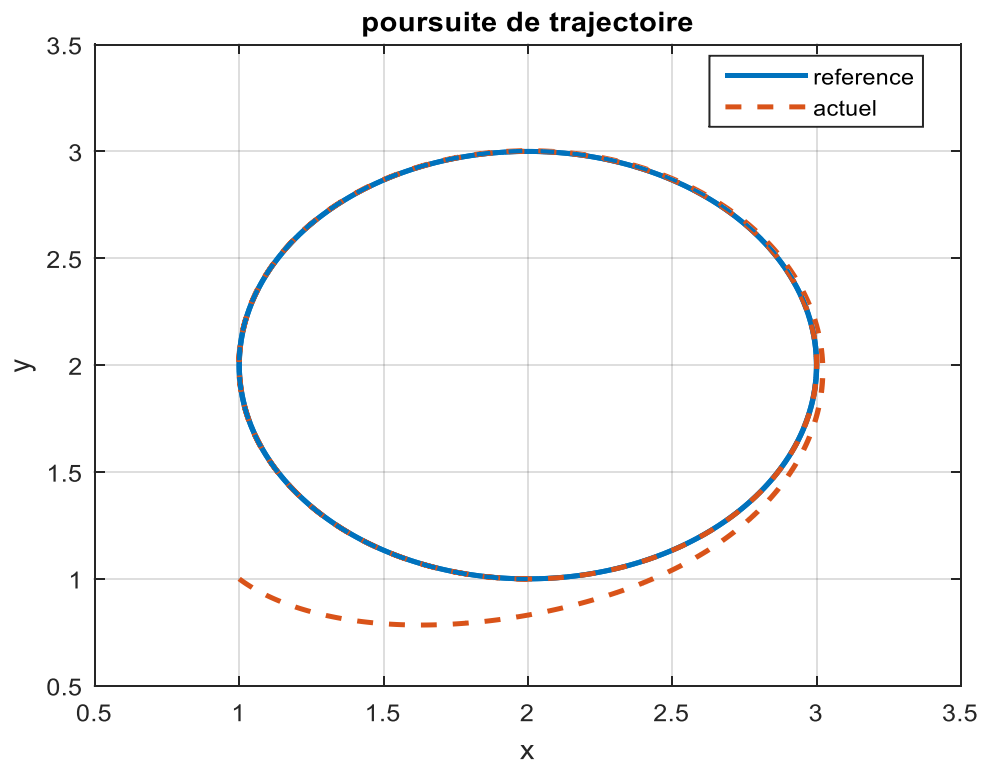


Figure (II.5) : Trajectoire circulaire.

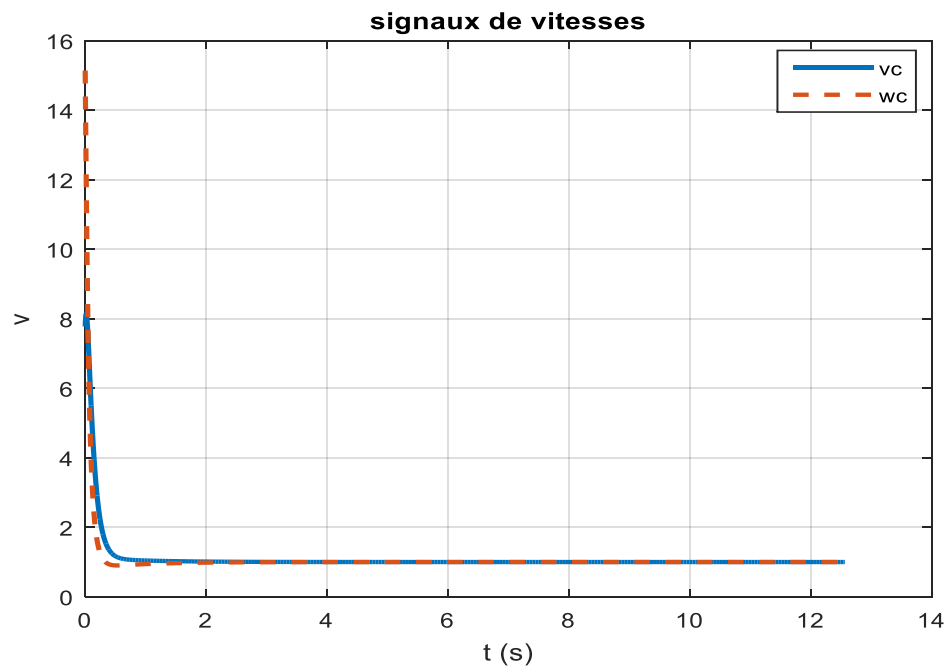


Figure (II.6) : Courbes des vitesses angulaires et linéaires pour le modèle cinématique du robot.

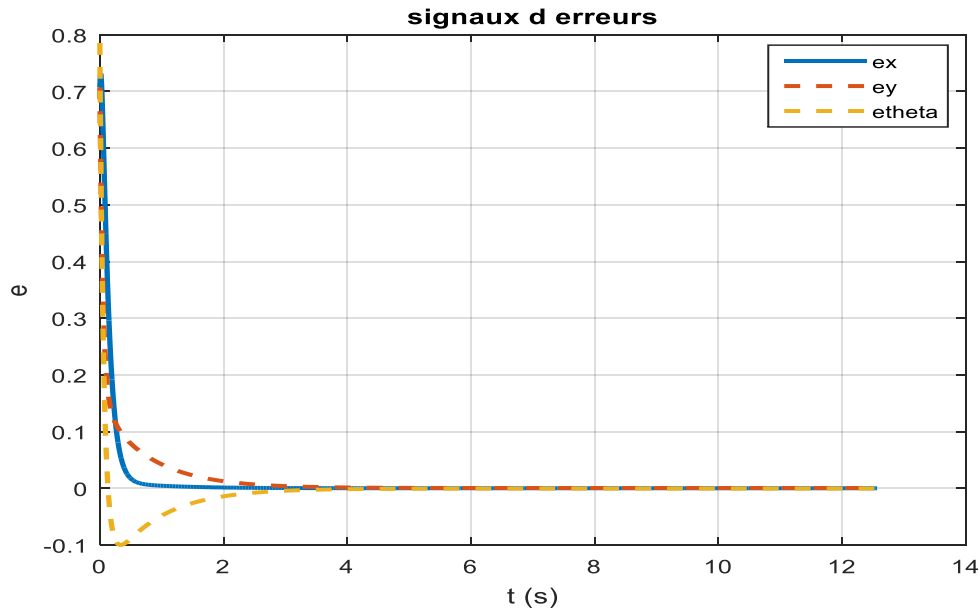


Figure (II.7) : Erreur de poursuite (e_x , e_y , e_{theta}).

Les résultats de simulation sont présentés dans les figures (II.5), (II.6) et (II.7), La figure (II.5) indique que le robot suit la trajectoire de référence, la figure (II. 6) montre que les commandes de vitesse linéaire et de rotation sont lisses. La figure (II.7) montré que les erreurs de poursuite convergente vers zéro, En analysant les différentes figures, on peut constater que les résultats obtenus attestent la stabilité des systèmes en boucle fermée et la convergence de l'erreur de poursuite de la commande backstepping. Une bonne poursuite est acquise.

II.7.2 Simulation de la commande backstepping dans la boucle dynamique :

- **Trajectoire circulaire :**

La position initiale réelle du robot mobile est :

$$\begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = -1 \\ \theta_0 = -\frac{\pi}{4} \end{cases}$$

Vitesses de référence :

$$\begin{cases} v_r(t) = 2 \text{ m/s} \\ \omega_r(t) = 1 \text{ rad/s} \end{cases}$$

Paramètre de la commande :

$$k = 10, k_x = 1, k_y = 1, k_\theta = 1$$

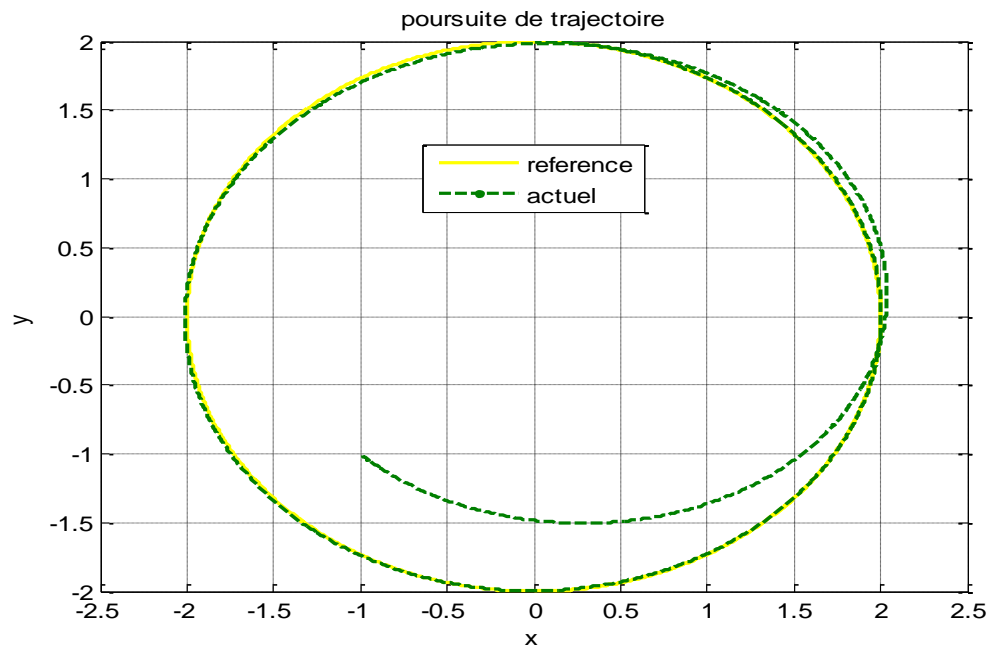


Figure (II.8) : Trajectoire circulaire.

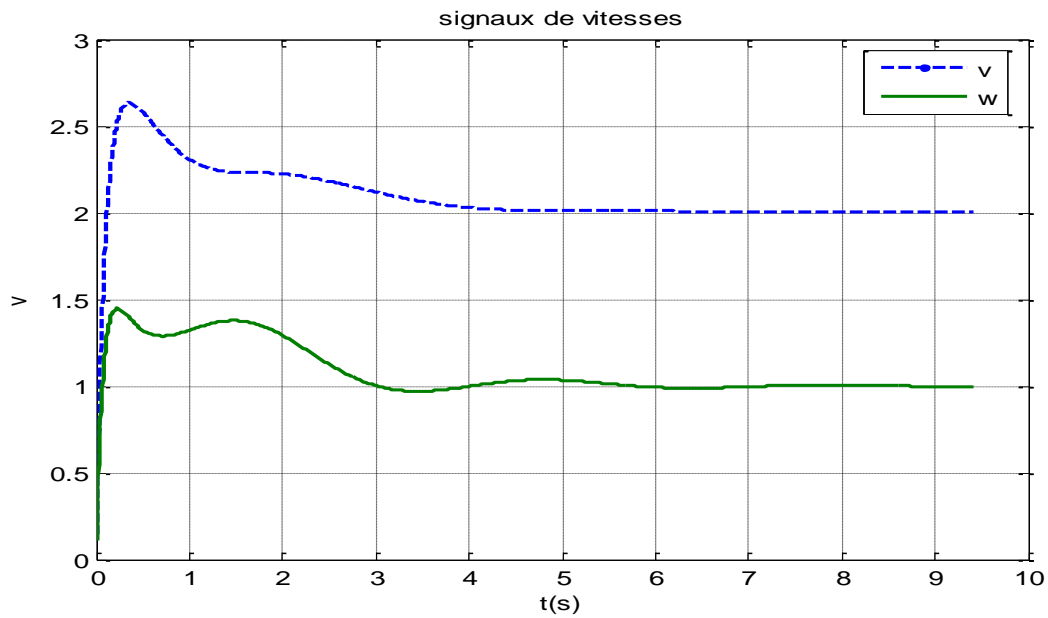


Figure (II.9) : Courbes des vitesses angulaires et linéaires du robot.

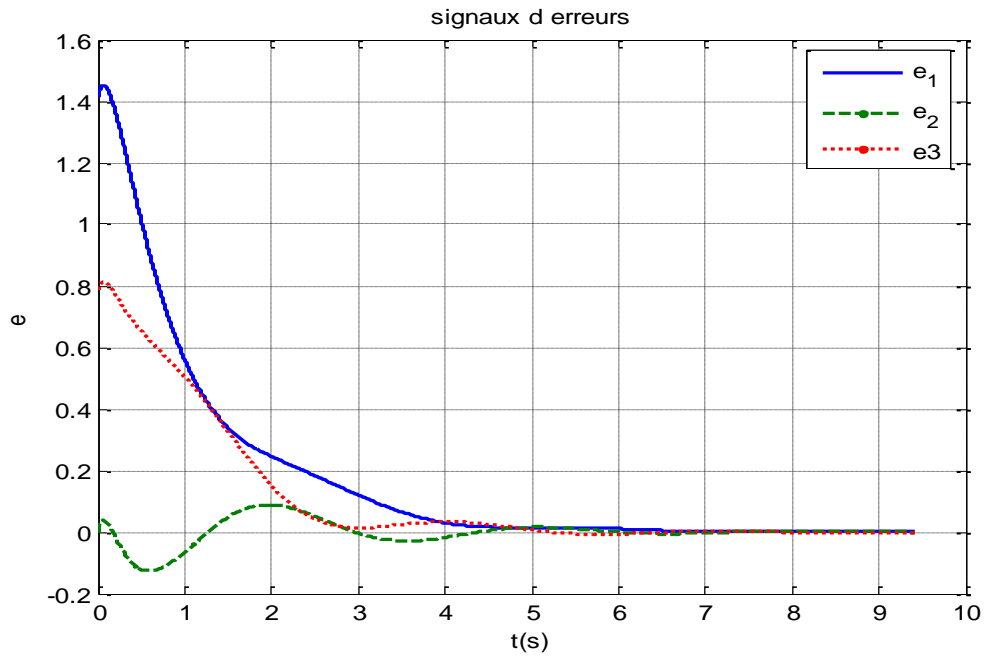


Figure (II.10) : Erreur de poursuite (e_x , e_y , e_{theta}).

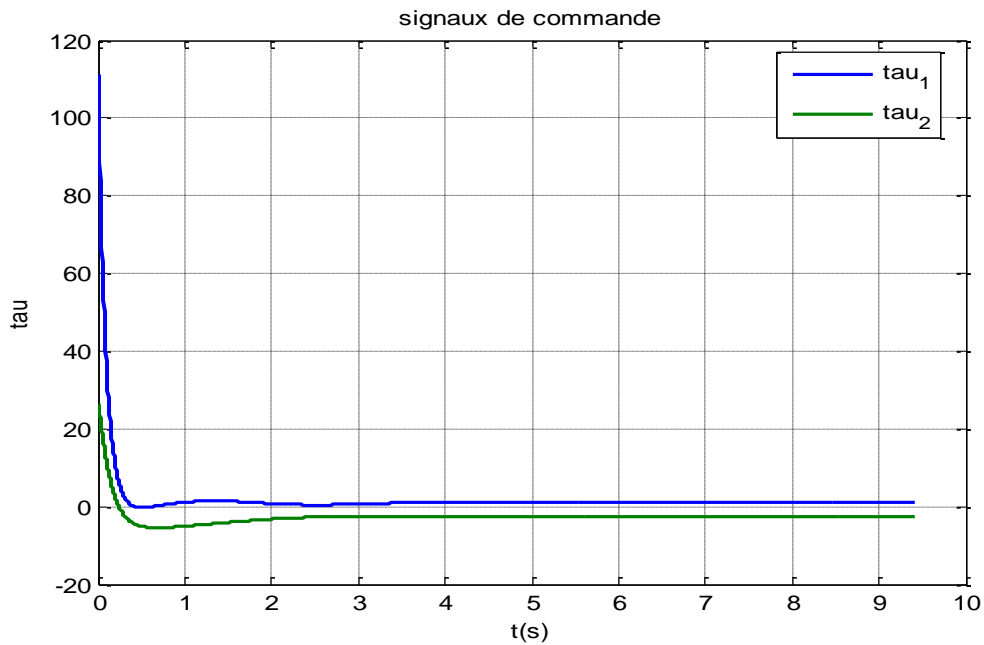


Figure (II.11) : les couples moteurs.

Les résultats de simulation sont présentés dans les figures (II.8), (II.9), (II.10), (II.11), dans la **figure (II.8)**, On peut voir qu'un suivi parfait est atteint, le robot est capable de suivre la trajectoire

désirée. La **figure (II.9)** montre la vitesse linéaire du robot qui atteint la valeur désirée de **2m/s** et sa vitesse angulaire qui atteint la valeur désirée **1 rad/ s**, Les erreurs en position e_x , e_y et e_θ tendent toutes vers zéro lorsque t tend vers l'infini. La figure **(II.11)** montre Les couples moteurs.

II.8 Conclusion

Dans ce chapitre, une nouvelle approche pour la poursuite des trajectoires pour un robot mobile non-holonyme a été étudiée. Cette méthode est basée sur la théorie de la commande par Backstepping.

La conception d'une loi de commande a été divisée en deux niveaux, le premier ou la commande cinématique basé sur les propriétés cinématiques du robot, Ce type de commande génère les vitesses de référence de translation et de rotation en tenant compte de la position actuelle du robot vis-à-vis la situation désirée (position et vitesse du robot de référence) en faisant abstraction de la dynamique du robot. Au deuxième niveau, une commande dynamique permettant le contrôle les vitesses des roues motrices du robot pour atteindre les vitesses de consigne générées par le contrôleur cinématique.

Les résultats des simulations entreprises ont démontré la robustesse de l'approche proposée et permettent non seulement de garantir la précision élevée des suivis, mais aussi de garder une grande stabilité du robot mobile.

Chapitre III

Commande par mode glissant appliquée au robots mobiles

ومن طلب العلوم بغير كد ...

سيدرکها إذا شاب الغراب

III.1 Introduction

La commande par modes glissants des systèmes non linéaires a été largement étudiée et développée depuis son introduction. Celle-ci appartient à une classe plus large appelée commande à structure variable.

La technique des modes glissants consiste à ramener la trajectoire d'état d'un système vers la surface de glissement et de la faire commuter à l'aide d'une commutation appropriée autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre, d'où le phénomène de glissement.

Dans ce chapitre, nous présenterons, en premier lieu, le concept général de la commande par mode de glissant et en deuxième lieu, on va essayer d'appliquer la technique de commande par mode glissant sur les robots mobiles.

III.2 Commande par mode glissant

III.2.1 Définition

La commande par mode glissant est l'une des techniques de commande non linéaire qui est caractérisée par sa robustesse et son efficacité. Elle consiste à commuter à l'aide des fonctions discontinues la structure du système dynamique de manière que le vecteur d'état suive une trajectoire $s(x) = 0$ dans l'espace d'état.

III.2.2 Objectif de la commande par mode glissant

- Synthétiser une surface de glissement de telle manière à ce que toutes les trajectoires d'état du système obéissent à un comportement désiré en terme de poursuite, de régulation et de stabilité ;
- Déterminer une loi de commande ou de commutation, qui est capable d'attirer toutes les trajectoires d'état vers la surface de glissement et les maintenir sur cette surface ;
- Réduire le phénomène de chattering, dû à la discrétisation des fonctions de commutation.

III.2.3 Notion de base

Avant d'entamer les méthodes utilisées dans la synthèse de système de contrôle par mode de glissement, nous allons expliquer quelques notions de bases du régime glissant.

- **Régime glissant idéal :**

Le régime glissant idéal correspond à oscillation de fréquence infinie (∞) et d'amplitude nulle [47].

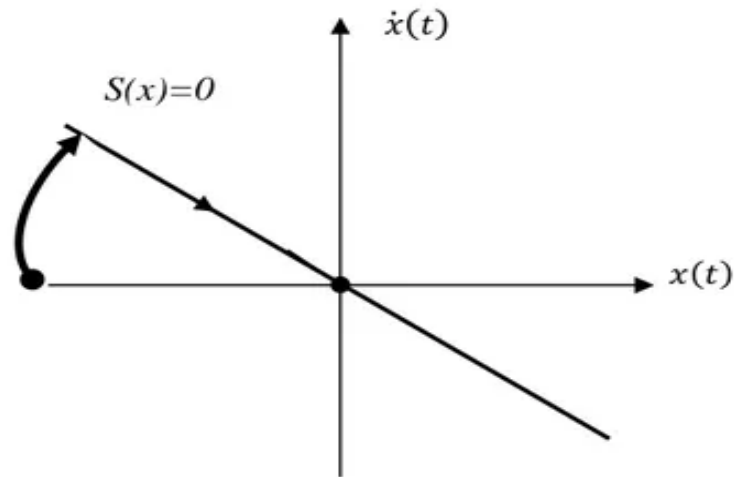


Figure (III.1) : Glissement idéal [47].

- **Régime glissant réel:**

En pratique l'organe de commutation est réaliser à partir des relais qui présente des imperfections comme le retard de commutation, alors la trajectoire de régime de glissant ne peut pas osciller idéalement à une fréquence infinie [47]. Glissement réel fréquence de commutation finie, amplitude oscillatoire.

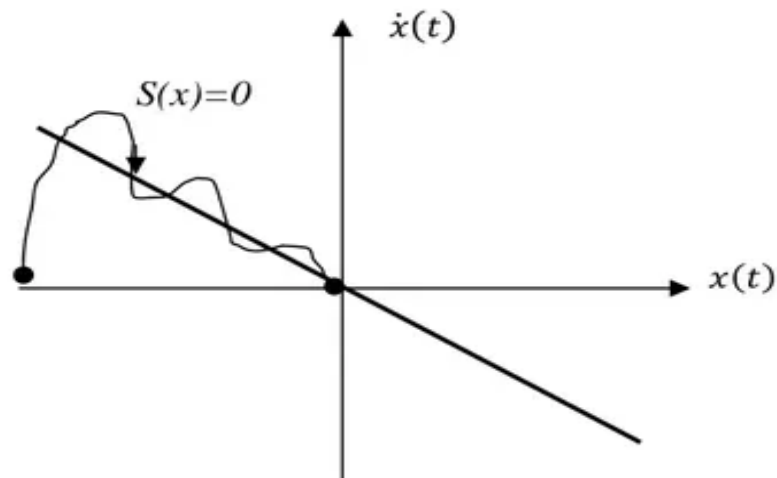


Figure (III.2) : Glissement réel [47].

III.3 Conception de la commande par mode de glissement

La conception des régulateurs par les modes glissants prend en charge les problèmes de stabilité et des performances désirées d'une façon systématique.

La mise en œuvre de cette méthode de commande nécessite principalement trois étapes:

- ✓ Le choix de la surface ;
- ✓ L'établissement des conditions d'existence et de la convergence ;
- ✓ La détermination de la loi de commande.

III.3.1 Choix de la surface de glissement

Elle est déterminée sur la base du système et des performances désirées. Dans un cas général, considérons le système décrit par la représentation d'état non linéaire suivante :

$$\dot{x}(t) = f(x) + g(x)u(t) \quad (\text{III.1})$$

où, $x(t) \in \mathbb{R}$ représente le vecteur d'état, $u(t) \in \mathbb{R}$ est le vecteur de commande et $f(x) \in \mathbb{R}$ et $g(x) \in \mathbb{R}$ sont des fonctions non linéaires continues et connues.

La surface de glissement ou la fonction de commutation représente le comportement dynamique désiré du système en boucle fermée. Elle peut être choisie linéaire ou non linéaire.

L'une des formes que la surface peut prendre est donnée par [48] :

$$s(x) = \left[\frac{\partial}{\partial t} + \lambda \right]^{r-1} e(x) \quad (\text{III.2})$$

Avec, $e(x) = x_{ref} - x$ est l'écart de la variable à régler, $\lambda > 0$ est une constante positive qui interprète la bande passante du contrôle désiré, et r est le degré relatif du système, il présente le nombre de fois qu'il faut dériver la surface pour faire apparaître la commande.

L'objectif de la commande est de maintenir la surface à zéro cette dernière est une équation différentielle linéaire dont l'unique solution est $e(x)=0$ pour un choix convenable du paramètre, ceci revient à un problème de poursuite de trajectoire qui est équivalente à une linéarisation exacte de l'écart tout en respectant la condition de convergence.

III.3.2 Conditions d'existence et de convergence

Les conditions d'existence et de convergence sont les critères qui permettent aux différentes dynamiques du système de converger vers la surface de glissement et d'y rester indépendamment de la perturbation. Il existe deux considérations pour assurer le mode de convergence [49]:

III.3.2.1 Fonction discrète de commutation

C'est la première condition de convergence, elle est proposée et étudiée par Elmyanov et Utkin. Il s'agit de donner à la surface une dynamique convergente vers zéro, elle est donnée par:

$$\begin{cases} \dot{s}(x) > 0 & \text{si} & s(x) < 0 \\ \dot{s}(x) < 0 & \text{si} & s(x) > 0 \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

Cette condition peut être formulée comme suit:

$$s(x) \dot{s}(x) < 0 \quad (\text{III.4})$$

III.3.2.2 La fonction de Lyapunov

L'idée est de choisir une fonction scalaire $V(x)$ pour garantir l'attraction de la variable à contrôler vers sa valeur de référence et de concevoir la commande u . La fonction de Lyapunov est définie comme suit:

$$V(x) = \frac{1}{2} s^2(x) \quad (\text{III.5})$$

Sa dérivée est tel que

$$\dot{V}(x) = s(x) \dot{s}(x) \quad (\text{III.6})$$

Pour que la fonction de Lyapunov décroisse, il suffit d'assurer que sa dérivée est négative. Ceci est vérifié si :

$$s(x) \dot{s}(x) < 0$$

Cette équation montre que le carré de la distance vers la surface, mesuré par $s^2(x)$, diminue tout le temps, contraignant la trajectoire du système à se diriger vers la surface des deux côtés. Cette condition suppose un régime glissant idéal.

III.3.3 La détermination de la loi de commande

Une fois la surface de glissement est choisie, ainsi que le critère de convergence, il reste à déterminer la commande nécessaire pour attirer la variable à régler vers la surface, ensuite vers son point d'équilibre, en maintenant la condition d'existence du mode glissant [50]. Lorsqu'il y a un régime glissant, la dynamique du système est indépendante de la loi de commande. De ce fait, on peut introduire une partie continue pour diminuer l'amplitude de la discontinuité, on aura donc :

$$u = u_{eq} + u_c$$

u_{eq} : Commande équivalente ;

u_c : Commande de commutation.

III.3.3.1 Commande équivalente

La commande équivalente assure le maintien du système sur la surface de glissement, elle est déterminée par le modèle du système, dans ce cas il s'agit d'un modèle en immersion linéaire ou non linéaire. Cette partie est conçue avec la méthode de la commande équivalente comme suit :

$$\dot{s}(x) = 0$$

On a en effet :

$$\frac{\partial s}{\partial x} [f(x) + g(x) u_{eq}] = 0 \quad (\text{III.7})$$

$$u_{eq}(t) = \left(\frac{\partial s}{\partial x} g(x) \right)^{-1} + \left(\frac{\partial s}{\partial x} f(x) \right) \quad (\text{III.8})$$

Avec la condition d'existence :

$$\left(\frac{\partial s}{\partial x} g(x) \right)^{-1} \neq 0 \quad (\text{III.9})$$

Elle peut être interprétée autrement comme étant une valeur moyenne que prend la commande lors de la commutation rapide entre les valeurs u_{max} et u_{min} (**Figure (III.3)**).

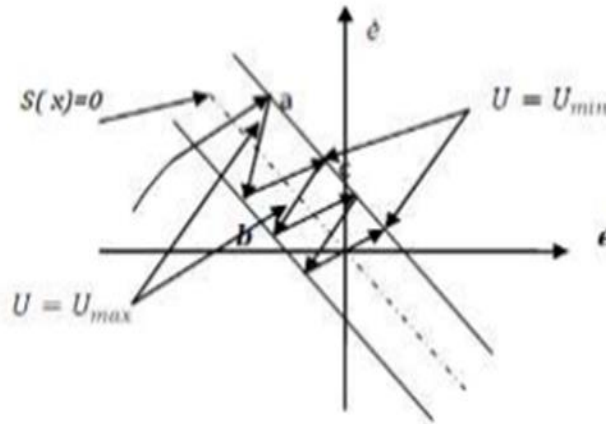


Figure (III.3) : Commande équivalente.

III.3.3.2 Commande de commutation

La commande de commutation permettant de garantir la condition d'attractivité et responsable du glissement, la forme la plus simple que peut prendre est celle d'un relais.

$$u_c = \dot{s}(x) = -k \text{sign}(s) \quad (\text{III.10})$$

où, k est une constante positive.

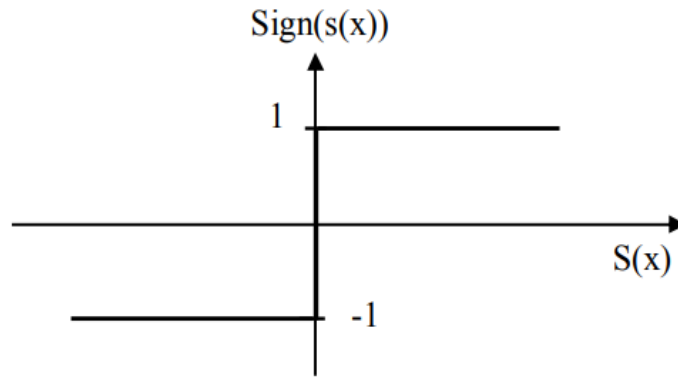


Figure (III.4) : Représentation de la commande discontinue.

Sélectionnez une loi de commande qui satisfait la condition de glissement. Il s'ensuit que ce contrôleur est du type à commutation (discontinue) impliquant la fonction *sign* :

$$\text{Sign}(s) = \begin{cases} -1 & \text{si } s < 0 \\ 1 & \text{si } s > 0 \end{cases} \quad (\text{III.11})$$

Donc après (III.7) et (III.8) la commande est donnée par :

$$u = u_{eq} - k \text{sign}(s) \quad (\text{III.12})$$

III.4 Phénomène de chattering (réticence)

La commande de commutation u_c , d'une fréquence de commutation finie, ne génère pas un mode glissant idéal, des oscillations à haute fréquence apparaissent dans un voisinage de la surface, connues sous le nom de rétissance ou chattering en anglais.

Ce phénomène est le principal désavantage de la commande par mode glissant d'ordre un, il peut exciter des dynamiques non modélisées conduisant à l'instabilité [51].

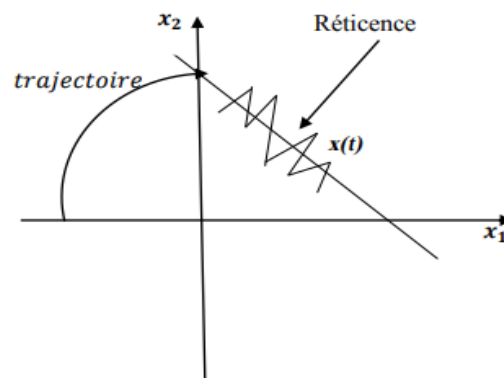


Figure (III.5) : Phénomène de chattering (rétissance) [51].

La réticence (phénomène de Chattering) peut être réduit en remplaçant la fonction « *sign* » par une fonction de saturation adéquate qui filtre les hautes fréquences .On donne ci-dessous des exemples de ces fonctions :

III.4.1 La fonction SAT :

La fonction de saturation est définie comme suit [52]:

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} -1, & s < -\mu \\ \frac{s}{\mu}, & |s| < \mu \\ 1, & s \geq \mu \end{cases} \quad (\text{III.13})$$

Avec: μ étant la bande limite.

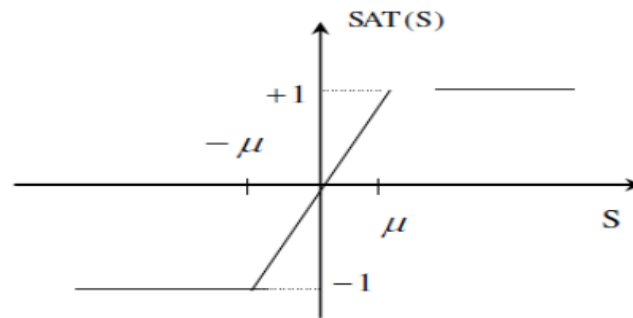


Figure (III.6): Fonction «SAT ».

III.4.2 La fonction tanh:

On peut aussi remplacer la fonction « *sign* » par une fonction de *tanh* soit :

$$\tanh(s) = \frac{e^s - e^{-s}}{e^s + e^{-s}}$$

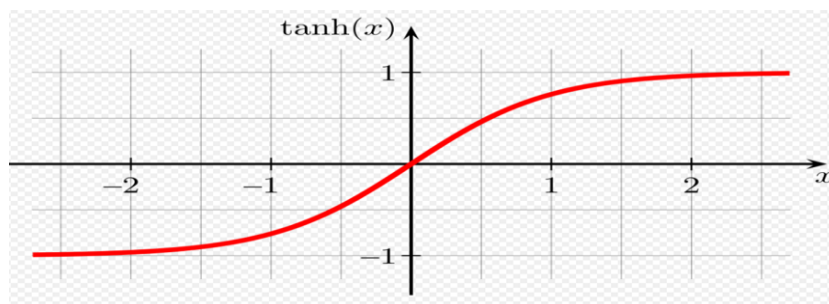


Figure (III.7): Fonction «tanh».

III.5 Commande par mode glissant pour les robots mobiles

Comme nous avons vu dans le premier chapitre la formule du modèle cinématique du robot mobile unicycle est:

$$\dot{q} = S(q) \eta \quad (\text{III.14})$$

et le modèle dynamique :

$$\bar{M}(q)\dot{v} + \bar{V}(q)v = \bar{E}(q)u \quad (\text{III.15})$$

Où $v = [v, w]^T$ est le vecteur des vitesses linéaires et angulaires du robot. Encore:

$$\begin{bmatrix} \left(m + \frac{2I_w}{R^2}\right) & 0 \\ 0 & J + \frac{2L^2}{R^2} I_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -(m_c dw) \\ (m_c dw) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

Le comportement du robot mobile en présence de perturbations externes τ_d est considéré. En prenant en compte les perturbations, l'équation dynamique réelle du robot mobile peut être dérivée de l'équation (III.15) comme suit [54]:

$$\bar{M}(q)\dot{v} + \bar{V}(q)v + \tau_d = \bar{E}(q)u \quad (\text{III.16})$$

Il est supposé que le vecteur de perturbation peut être exprimé comme un multiplicateur de la matrice $\bar{M}(q)$, comme suit :

$$\tau_d = \bar{M}(q)f \quad (\text{III.17})$$

$$f = [f_1 \quad f_2]^T, \quad |f_1| \leq f_{m_1}, \quad |f_2| \leq f_{m_2}$$

où f_{m_1} et f_{m_2} sont les limites supérieures des perturbations.

Le problème de poursuite de trajectoire du robot mobile unicycle se pose comme suit :

$$q_r = [x_r \quad y_r \quad \theta_r]^T, \quad v_r = [v_r \quad w_r]^T$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{y}_r \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_r \cos \theta_r \\ v_r \sin \theta_r \\ w_r \end{bmatrix}$$

où, v_r et w_r les vitesses linéaire et angulaire de référence ($v_r > 0$, $w_r > 0$).

Notre objectif est de concevoir une loi de commande par mode glissant assurant la poursuite d'une trajectoire de référence avec une vitesse désirée constante. Pour cela, nous définissons le vecteur des erreurs de suivi $e = [e_x, e_y, e_\theta]^T$ comme suit :

$$\begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix} \quad (\text{III.18})$$

Sa dérivée temporelle est telle que :

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \\ \dot{e}_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & e_y \\ 0 & e_x \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_r \cos e_\theta \\ v_r \sin\theta \\ w_r \end{bmatrix} \quad (\text{III.19})$$

De même, la deuxième dérivée est donnée par :

$$\begin{bmatrix} \ddot{e}_x \\ \ddot{e}_y \\ \ddot{e}_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \dot{e}_y \\ 0 & -\dot{e}_x \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & e_y \\ 0 & e_x \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -v_r \dot{e}_\theta \sin e_\theta \\ v_r \dot{e}_\theta \cos\theta \\ \dot{w}_r \end{bmatrix} \quad (\text{III.20})$$

Les surfaces de glissement $s = [s_1 \ s_2]^T$ sont définies comme suit :

$$s = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{e}_x + k_2 e_x + k_1 |e_y| \text{sign}(e_x) \\ \dot{e}_\theta + k_3 e_\theta \end{bmatrix} \quad (\text{III.21})$$

où, k_1, k_2 et k_3 sont des constantes positive. Lorsqu'il est atteint la surface de glissement, la dynamique du système satisfait à l'équation différentielle obtenue à partir de $s = 0$, à savoir :

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1 e_x - k_2 |e_y| \text{sign}(e_x) \\ -k_3 e_\theta \end{bmatrix} \quad (\text{III.22})$$

Si le premier membre de l'équation(III.22) est positif, alors le second membre est négatif et vice versa. Ainsi, le point d'équilibre de e_x converge vers zéro, ce qui conduit à la convergence asymptotique de $|e_y|$ vers zéro. De même, dans la deuxième ligne, e_θ converge vers zéro.

La loi de commande est choisie comme suit :

$$\bar{M}(q)\dot{v}_r + \bar{V}(q, \dot{q})v + \bar{M}(q)u_c = u \quad (\text{III.23})$$

où, $u_c = [u_{1c} \ u_{2c}]^T$ est une loi de commande qui détermine la dynamique des erreurs. La substitution de la loi de commande (III.23) dans l'équation (III.16) on obtient :

$$\begin{bmatrix} \dot{v} - \dot{v}_r \\ \dot{w} - \dot{w}_r \end{bmatrix} = u - f \quad (\text{III.24})$$

La procédure présentée dans ce qui suit consiste à la synthèse d'une loi de commande u_c stabilisant la surface de glissement (III.21). D'après les équations (III.19) et (III.20), on obtient:

$$\begin{bmatrix} \ddot{e}_x \\ \ddot{e}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{e}_y w - \dot{v} + e_y \dot{w} - v_r \dot{e}_\theta \sin e_\theta \\ \dot{w}_r - \dot{w} \end{bmatrix} \quad (\text{III.25})$$

Dans ce travail, nous supposons que, la vitesse de référence du robot est constante, ($\dot{v}_r = 0$). Donc, l'équation (III.25) peut être réécrite comme suit :

$$\begin{bmatrix} \ddot{e}_x \\ \ddot{e}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{v} - \dot{v}_r \\ \dot{w} - \dot{w}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{e}_y w + e_y \dot{w} - v_r \dot{e}_\theta \sin e_\theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.26})$$

En utilisant (III.25), l'équation (III.26) devient comme suite :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \ddot{e}_x + k_1 \dot{e}_x + k_2 |e_y| \text{sign}(e_x) \\ \ddot{e}_y + k_3 \dot{e}_\theta \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} \dot{v} - \dot{v}_r \\ \dot{w} - \dot{w}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{e}_y w + e_y \dot{w} - v_r \dot{e}_\theta \sin e_\theta \\ 0 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} k_1 \dot{e}_x + k_2 |e_y| \text{sign}(e_x) \\ k_3 \dot{e}_\theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{III.27})$$

La substitution de (III.21) et (III.24) dans (III.27), on obtient:

$$\begin{bmatrix} \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} u_{1c} \\ u_{2c} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{e}_y w + e_y \dot{w} - v_r \dot{e}_\theta \sin e_\theta \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 \dot{e}_x + k_2 |e_y| \text{sign}(e_x) \\ k_3 \dot{e}_\theta \end{bmatrix} \quad (\text{III.28})$$

La loi de commande, $u_c = [u_{1c} \ u_{2c}]^T$, est choisi comme suite :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_{1c} \\ u_{2c} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_1 & 0 \\ 0 & \gamma_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{sign}(s_1) \\ \text{sign}(s_2) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} \dot{e}_y w + e_y \dot{w} - v_r \dot{e}_\theta \sin e_\theta \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 \dot{e}_x + k_2 |e_y| \text{sign}(e_x) \\ k_3 \dot{e}_\theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{III.29})$$

où, q_i et γ_i , ($i = 1, 2$) sont des constantes positives. La substitution de (III.29) dans (III.28), nous donne :

$$\dot{s} = -Qs - \gamma \text{sign}(s) + f \quad (\text{III.30})$$

Pour étudier la stabilité du système en boucle fermée, on choisit la fonction de Lyapunov comme suite :

$$V(x) = \frac{1}{2} s^2(x) = \frac{1}{2} (s_1^2 + s_2^2) \quad (\text{III.31})$$

Sa dériver est telle que :

$$\begin{aligned}\dot{V}(x) &= s_1 \dot{s}_1 + \dot{s}_2 s_2 = s^T \dot{s} \\ &= s^T (-Qs - \gamma \text{sign}(s) + f) \\ &= -s^T Qs - (\gamma |s| - fs)\end{aligned}$$

où, $s = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix}$, $Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix}$, $\gamma = \begin{bmatrix} \gamma_1 & 0 \\ 0 & \gamma_2 \end{bmatrix}$ et $f = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}$

Si on choisit $q_i \geq 0$ et $\gamma_i \geq f_{m_i}$ alors \dot{V} devient définie négative, et la loi de commande u stabilise la surface de glissement (III.21).

III.6 Résultats et simulation

Les simulations ont été réalisées avec le logiciel Matlab/Simulink R2011a®. La figure (III.8) représente le schéma de commande en boucles cinématique et dynamique.

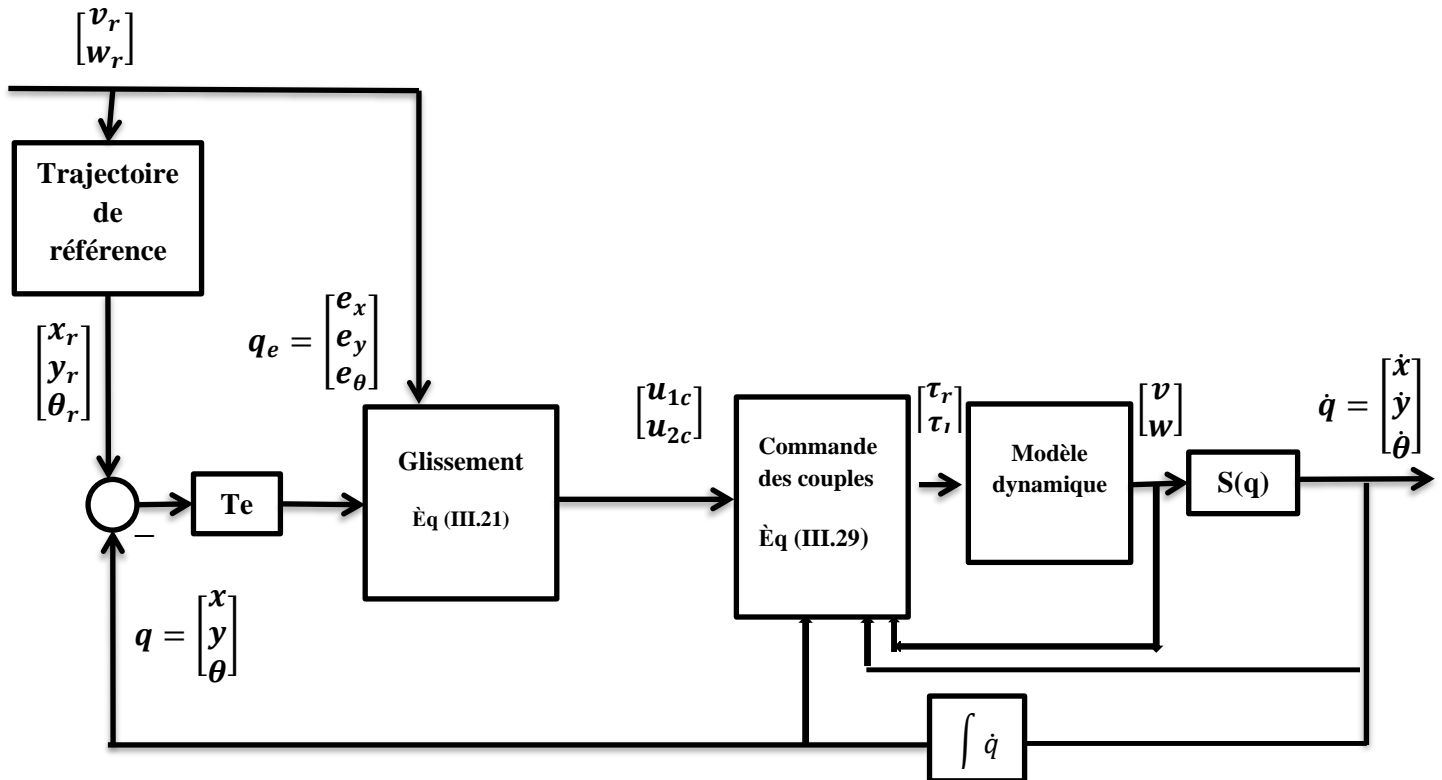


Figure (III.8) : schéma représenté la commande en boucles cinématique et dynamique.

- **Trajectoire cercle :**

Les différents paramètres du robot utilisé dans la simulation est donne dans chapitre II.

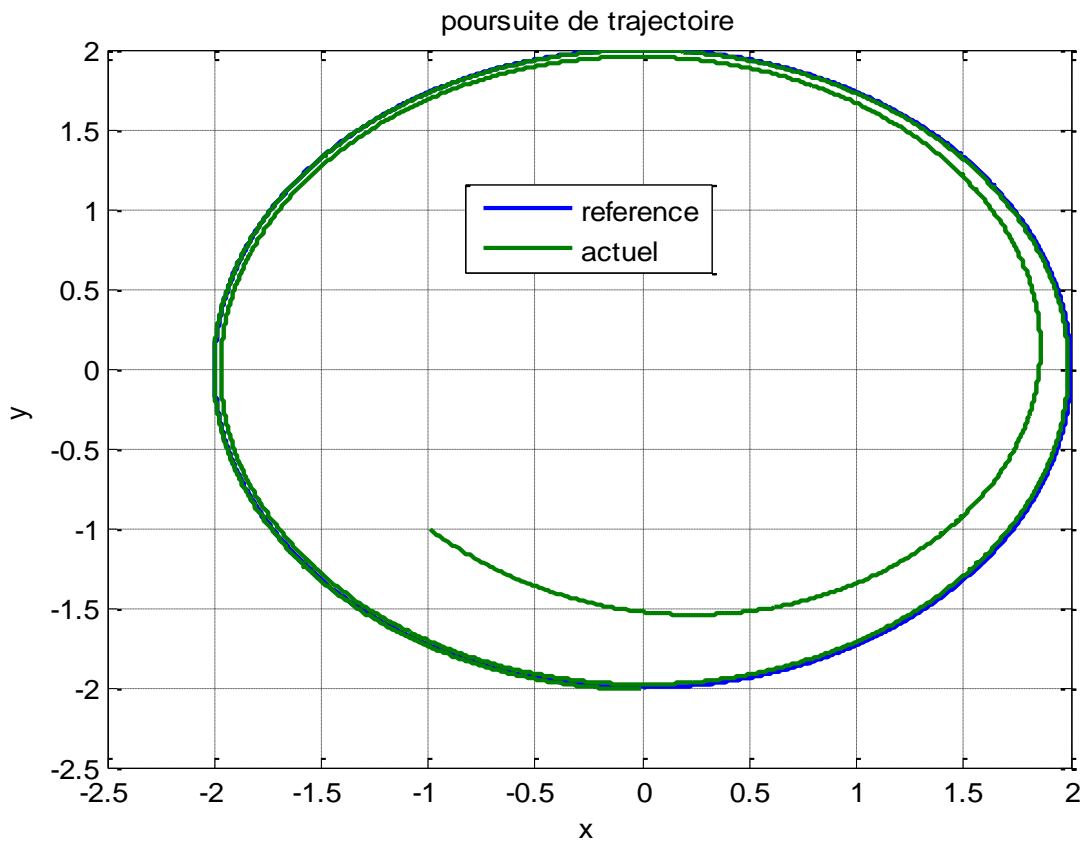
$$\text{Trajectoire : } \begin{cases} x_r = \left(\frac{v_r}{w_r}\right) * \cos(w_r * t - \frac{\pi}{2}) \\ y_r = \left(\frac{v_r}{w_r}\right) * \sin(w_r * t - \frac{\pi}{2}) \\ \theta_r = t \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = -1 \\ \theta_0 = -\pi/4 \end{cases}$$

$$\text{vitesse de référence : } \begin{cases} v_r(t) = 2(m/s) \\ w_r(t) = 1(rad/s) \end{cases}$$

Paramètres de commande dynamique :

$$k1 = 10, k2 = 10, k3 = 10, \quad \begin{cases} q_1 = 1 \\ q_2 = 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} \gamma_1 = 2 \\ \gamma_2 = 1 \end{cases}$$

Dans cette simulation la fonction $sign(s)$ est remplacé par la fonction $\tanh(s)$.



Figure(III.9): Trajectoire de référence et trajectoire suivie par le robot.

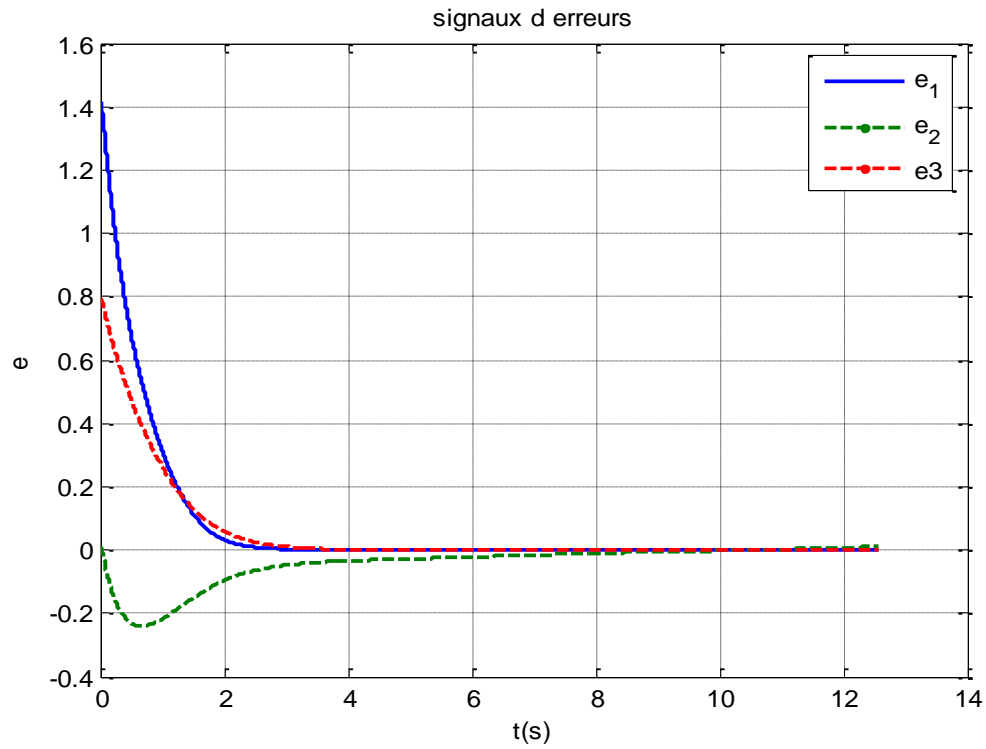


Figure (III.10): Erreur de poursuit.

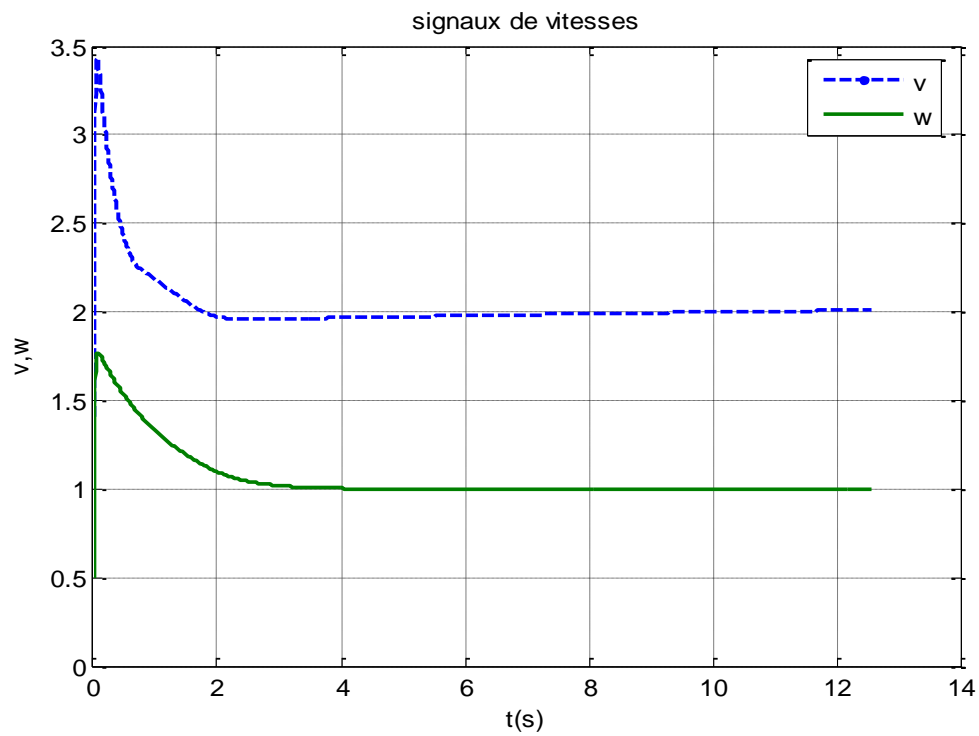


Figure (III.11): les Courbes des vitesses pour le modèle dynamique du robot.

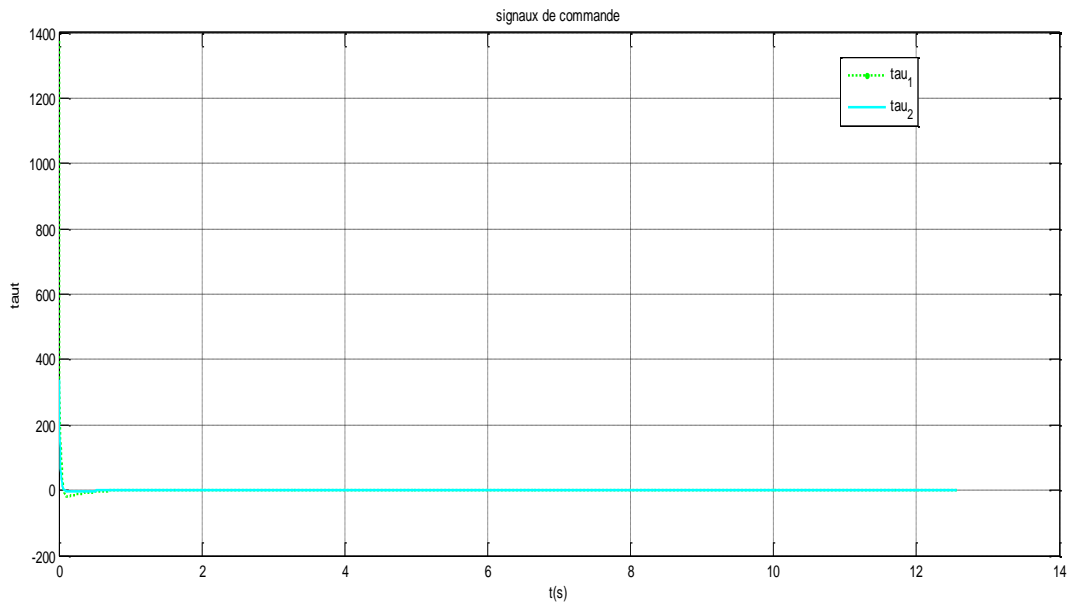


Figure (III.12) : les courbes de la commande.

Les figures de simulation sont présentées dans les figures (III.9) – (III.12). La figure (III.9) indique que le robot suit la trajectoire de référence, la figure (II.11) montre que les commandes de vitesse linéaire et de rotation sont lisses. La figure (II.10) a montré que les erreurs de poursuite convergent vers zéro et la figure (III.12) indique l'évolution de la commande. En analysant les différentes figures, on peut constater que les résultats obtenus attestent la stabilité des systèmes en boucle fermée et la convergence de l'erreur de poursuite de la commande par mode glissant. Une bonne poursuite est acquise.

III.7 Conclusion

Ce chapitre nous a permis d'introduire les principes de la commande par mode glissant, la surface de glissement, la synthèse de lois de commande et les conditions de convergence. Ensuite, nous avons présenté et appliqué une loi de commande par mode glissant pour les robots mobiles de type uni cycle. D'après la théorie de Lyapunov, on a prouvé la stabilité du système et la convergence des erreurs. Enfin, les résultats de simulation seront également illustrés et interprétés.

Conclusion générale

Conclusion Générale

L'objectif de ce travail effectué dans ce projet de fin d'étude était de présenter des lois de commande robuste pour la poursuite de trajectoires d'un robot mobile à roues de type unicycle. Ces lois de commande ont pour objectif de forcer le robot mobile à atteindre la configuration d'arrivée à partir d'une configuration de départ avec un minimum d'erreurs et en présence des incertitudes paramétriques, la perturbation externe et la non linéarité du système. Deux approches sont utilisées pour la synthèse des lois de commande, la procédure de backstepping et la technique de commande par mode glissant. La technique d'analyse de stabilité par fonction de Lyapunov est utilisée pour prouver la stabilité du système en boucle fermée et la convergence de l'erreur de poursuite.

Nous avons commencé notre travail par une description succincte sur la robotique mobile. En effet, différents types de robots mobiles à roues, leurs structures, les classes des robots mobiles à roues ont été présentés. Ensuite, nous avons donné un rappel succinct sur la modélisation cinématique et dynamique des robots mobiles notamment pour celui de type unicycle.

Dans le deuxième chapitre, nous avons exposé la théorie de commande par backstepping et nous avons exploité cette technique à la commande en poursuite des trajectoires d'un robot mobile à roues de type unicycle.

Les concepts de base de la commande par mode glissant sont présentés dans le troisième chapitre. Ensuite, la technique de commande par mode glissant a été utilisée pour la commande en poursuite des trajectoires d'un robot mobile à roues de type unicycle.

Les résultats obtenus montrent les bonnes performances des lois de commande présentés dans les différents chapitres en termes d'erreur de poursuite et la robustesse vis à vis à la perturbation externe, incertitude paramétriques et non linéarité du système.

Bibliographie

- [1] A. KHEMISSAT, “ Plateforme de prototypage rapide pour la robotique mobile : Application à un robot Auto-balancé”, Mémoire de Master, Université M’hamed Bougara-Boumerdes, 2016.
- [2] Z . oussama et N.Med Islam «Localisation et navigation d’un robot mobile par webcam» Mémoire de Magister, Université Saad Dahlab de Blida 2014/2015.
- [3] M. Silanus, " ISN - Robotique", support de cours en ligne, lycée Alphonse Benoit à l'Isle sur la Sorgue (Vaucluse).
- [4] WWW.usinenouvelle.COM
- [5] WWW.robot.gmc.ulaval.ca
- [6] WWW.david.filliat.divloper.com
- [7] N .LAMARA “ Réalisation d’une commande d’un robot mobile”, Mémoire de Master Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou 2016 , Département D’automatique.
- [8] D. Filliat, Robotique mobile, Article en ligne, Publié le 17-10-2016 -- Mis à jour le 15- 09-2019 <https://david-filliat.developpez.com/tutoriel/robotique-mobile/>. Consulter le 10/06/2020.
- [9] <https://www.cite-telecoms.com/>
- [10] S. Lens 3ELIN “Locomotion d’un robot mobile” Mémoire de fin d’études Université de Liège Mai 2008.
- [11] A.Rania “Etude comparative entre les méthodes de détection et de suivi d’objet par un robot mobile” Mémoire de master en informatique 2019 / 2020.
- [12] S .Ghamri “ Commande Neuronale d’un Robot Mobile NonHolonome avec glissement des roues” Mémoire de MAGISTER en Électronique, Université de Batna 2.
- [13] G. ZIDANI“ Commande Robuste d’un Robot Mobile à Roues” Thèse Doctorat en Sciences, Spécialité: Électronique, Université de Batna -2- , Soutenue le 04/07/2017.
- [14] H. Zerfa, " Conception, Réalisation et Commande Floue d’un Robot Mobile", Mémoire de magister, Université des Sciences et de la Technologie d’Oran, 2013.
- [15] K. Ami, M. Djenane‘Pilotage automatique d'un robot mobile par l'intelligence artificielle’, Mémoire de fin d’études Université Mohamed Larbi Ben M’hidi - Oum El bouaghi, 2020.
- [16] S. Noureddine, “Système de localisation pour robots mobiles”, Thèse de doctorat, Université de Batna, Algérie, 2005.
- [17] M. BOUKENS, “Contribution à la commande des robots manipulateurs mobiles ”, Thèse de doctorat, Université de JIJEL faculté des sciences et de la technologie ,2017.
- [18] WWW.directindustry.fr.
- [19] WWW.free3d.com.

[20] WWW.alamy.com.

[21] WWW.theses.univ-oran1.dz.

[22] B. Siciliano et O. Khatib. « springer handbook of robotics ».Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.

[23] R. Siegwart et Illah R. Nourbakhsh. «Introduction to Autonomous Mobile Robots ». Massachusetts Institute of Technology. 2004.

[24] Dhaouadi, R., & Hatab, A. A. (2013). Dynamic Modelling of Differential-Drive Mobile Robots using Lagrange and Newton-Euler Methodologies:A Unified Framework. Advance in Robotics & Automation .

[25] F. Nezzar, “ Poursuite de trajectoire d’un robot mobile non-holonyme sur la base d’un modèle flou ”, Mémoire Présenté pour l’obtention du diplôme de MAGISTER en Électronique, Université de Batna 2 Faculté de Technologie.

[26] L. E. A. Melo, “Commande robuste et coordination de mouvements de robots mobiles,” Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier de Toulouse, 1997.

[27] B. B. MEVO, “Contribution à la commande adaptative et robuste d'un robot mobile de type uni-cycle avec modèle non-linéaire ”, Mémoire présenté comme exigence partielle de la maîtrise en ingénierie, Université du Québec en Abitibi Témiscamingue, 2019.

[28] Mr. M. SI Brahim, Mr. M. DJADANE, Etude et modelisation sous matlab-simulink d’une Commande d’un système hydraulique et validation sur une maquette experimentale. master academique en electrotechnique, univeriste mouloud mammeri de tizi-ouzou faculté de génie électrique et d’informatique département d’electrotechnique 2010.

[29] Kh. Boultif, I. Madi, Commande Adaptative par Backstepping des Systèmes NonLinéaire Incertains, mémoire de master, UNIVERSITÉ DE JIJEL Faculté des Sciences et de la Technologie Département d’Automatique 2015/216.

[30].I. Kanellakopoulos, P.V. Kokotovic, A.S. Morse “systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems”, IEEE Transactions on Automatic Control,Vol . 36, No.11, pp.1241-1253, 1991.

[31].A. Feurer, and A.S. Morse “Adaptive control of single-input, single-output linear systems”, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 23, No. 4, pp. 557-569, 1978.

[32] .J. Tsinias “Sufficient lyapunov-like conditions for stabilization”,Math. Contr. Signal. Syst. Vol. 2, pp. 343-357,1989.

[33] P.V. Kokotovic, H.J. Sussmann “A positive real condition for global stabilization of Nonlinear systems”, Systems and Control Letters, Vol. 13, pp. 125-133, 1989 .

[34] A. koszewnik, « the parrot uav controlled by PID controllers », acta mechanica et automatica, vol.8 N°.2 DOI 10.2478/ama-0011,2014.

- [35] A. Swarup and Sudhir, « Comparison of Quadrotor Performance Using Backstepping and Sliding Mode Control », Proceedings of the 2014 International Conference on Circuits, Systems and Control, ISBN: 978-1-61804-216-3..
- [36] A. R. Benaskeur, “Aspects de l'application du backstepping adaptatif à la commande décentralisée des systèmes non linéaires,” Thèse de doctorat, Université Laval, Québec, 2000.
- [37] F. Mehazzem, “Contribution à la commande d’un moteur asynchrone destiné à la traction électrique,” Thèse de doctorat, Université Paris-Est, 2010.
- [38] R. Boufades, “ Stabilisation et contrôle d’un UAV hybride par la commande Backstepping et réseau de Neurones ” mémoire de Master Aéronautique, 2017/2018.
- [39] K. Akka, “Contribution à l’optimisation de trajectoires des robots mobiles” Thèse Doctorat Sciences en Automatique, Université Sétif 1.
- [40] C. Angchen, T. H. Li, Y. Chienhyeh and C. C. Chang, “Design and implementation of an adaptive sliding mode dynamic controller for wheeled mobile robots”, Mechatronics, pp.
- [41] Y. Kanayama, Y. Kimura, F. Miyazaki and T. Noguchi, “A Stable Tracking Control Method for an Autonomous Mobile Robot”, Mechatronics, pp 384-389, 1990.
- [42] M. Y. Hsiao, C. Y. Chen, S. H. Tsai and S. T. Liu, “Combined interval type-2 fuzzy kinematic and dynamic controls of the weeledmobile robot with adaptive sliding mode technique”, Fuzz-IIEEE, Korea, August 20-24, pp 706-711, 2009.
- [43] L. S. Wang, F. R. Chang and P. S. Tsai, “Continuation method of backstepping tracking control for car-like mobile robots”, IEEE International conference on systems, Man and cybernetics, Taipei, Taiwan, October 8-11, pp 2018-2023, 2006.
- [44] R. Fierro and F. L. Lewis, “ Control of a Nonholonomic Mobile Robot: Backstepping Kinematics into Dynamics”, Journal of Robotic Systems 14(3), 149–163 (1997) by John Wiley & Sons, Inc.
- [45] T. Fukao, H. Nakagawa, and N. Adachi, “Adaptive Tracking Control of a Nonholonomic Mobile Robot ”, IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS AND AUTOMATION, VOL. 16, NO. 5, OCTOBER 2000.
- [46] B. AMGHAR ; HEDID Abdelkader, “ Commande par Fuzzy Sliding Mode d'un variateur de vitesse hydrodynamique ”, Mémoire d’Ingéniorat Ecole Nationale Polytechnique, 2007.
- [47] M.C. SOUSE ALAOUI, « Commande et observateur par modes glissants d’un système de pompage et d’un bras manipulateur », thèse de doctorat, 08 Juillet 2009.
- [48] A. si Amour, Contribution de la commande par modes glissants d’ordre fractionnaire, Thèse de Doctorat, Université Mouloud Mammeri. Tizi-Ouzou, 2011.
- [49] H. Benderraji, “contribution à la commande de la machine à introduction”, thèse de doctorat, université de Batna, 2013.

Bibliographie

[50] M.Mancer, "commande robuste des systèmes non linéaires complexes", thèse de doctorat, université de Reims, 2011.

[51] Åström K.J, "Adaptive Feedback Control", Proceedings of The IEEE, Vol. 75, No. 2, pp. 185-217, February, 1987.

[52] A. Abdelmalak ; A. Azedine " Réglage par mode glissant d'un machine asynchrone" Mémoire d'Ingéniorat Université de M'SILA, 2005.

[53] Tan Lain Chung, Trong Hieu Bui." Sliding Mode Control of Two-Wheeled Welding Mobile Robot for Tracking Smooth Curved Welding Path,". KSME International Journal,VoL 18 No. 7, pp. 1094~1106, 2004.

[54] Jun Ku Lee, Yoon Ho Choi, and Jin Bae Park, 'Sliding Mode Tracking Control of Mobile Robots with Approach Angle in Cartesian Coordinates', International Journal of Control, Automation, and Systems (2015) 13(3):1-7.