



Mathématiques  
 Volume 3, Fonctions d'une variable complexe : cours et exercices  
 Francis Maisonneuve  
 Maisonneuve, Francis  
 Presses des Mines, Paris  
 Les cours  
 Mathématiques, n° 3  
 ISBN: 978-2-35671-029-1

## Table des Matières

Mathématiques 3

Fonctions d'une variable complexe

Cours et exercices

Francis Maisonneuve

|   |     |
|---|-----|
| Préface   | v   |
| Remerciements   | vii |
| Introduction  | ix  |
| 1 Fonctions holomorphes                                 | 1   |
| 1.1 Différentiabilité et dérivabilité                   | 1   |
| 1.2 Séries entières                                     | 5   |
| 1.3 Exercices   | 8   |
| 2 Intégration sur un arc orienté                        | 11  |
| 2.1 Chemins et arcs orientés de $\mathbb{C}$            | 11  |
| 2.2 Intégrale d'une fonction sur un arc orienté         | 15  |
| 2.3 Exercices   | 20  |
| 3 Fonctions multiformes                                 | 21  |
| 3.1 Généralités   | 21  |
| 3.2 Fonctions logarithme et argument                    | 22  |
| 3.3 Indice d'un point par rapport à un lacet orienté    | 25  |
| 3.4 Exercices   | 27  |
| 4 Primitives  | 29  |
| 4.1 Généralités et critère d'existence                  | 29  |
| 4.2 Application aux branches du logarithme              | 32  |
| 4.3 Théorème faible de Cauchy                           | 34  |
| 4.4 Exercices   | 38  |
| 5 Séries de Taylor et zéros                             | 39  |
| 5.1 Formule de Cauchy et développement en série entière | 39  |
| 5.2 Premières conséquences                              | 41  |
| 5.3 Zéros d'une fonction holomorphe                     | 43  |
| 5.4 Fonctions analytiques réelles                       | 45  |
| 5.5 Exercices   | 47  |
| 6 Homotopie   | 49  |

|   |     |
|---|-----|
| 6.1 Terminologie                                | 49  |
| 6.2 Théorème de Cauchy et applications          | 51  |
| 6.3 Exercices                                   | 54  |
| 7 Séries de Laurent                             | 57  |
| 7.1 Les séries $(\dots)c_n (z - a)^n$           | 57  |
| 7.2 Développement en série de Laurent           | 61  |
| 7.3 Exercices                                   | 64  |
| 8 Singularités isolées et résidus               | 65  |
| 8.1 Singularités isolées et parties singulières | 65  |
| 8.2 Théorème des résidus et lemmes de Jordan    | 69  |
| 8.3 Exercices                                   | 74  |
| A Exercices et problèmes annotés                | 75  |
| A.1 Exercices                                   | 75  |
| A.2 Problèmes                                   | 78  |
| B Exercices et problèmes corrigés               | 85  |
| B.1 Exercices                                   | 85  |
| B.2 Problèmes                                   | 89  |
| C Rappels de topologie des espaces métriques    | 105 |
| C.1 Généralités                                 | 105 |
| C.2 Suites dans un espace métrique              | 111 |
| C.3 Applications continues                      | 114 |
| C.4 Sous-ensembles compacts et complets         | 117 |
| C.5 Sous-ensembles connexes par arcs            | 121 |
| Indications bibliographiques                    | 123 |
| Index alphabétique                              | 125 |

