

# MATHÉMATIQUES à l'Université

Cours et exercices corrigés

Collection dirigée par  
Charles-Michel Marle  
Philippe Pilibossian

# La topologie des espaces métriques

niveau L3

**Elisabeth Burroni**

ellipses





# TABLE DES MATIERES

<b>Prologue</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre préliminaire. Rappels</b>	<b>3</b>
1 Théorie des ensembles	3
2 Ensembles ordonnés	7
3 Algèbre linéaire	13
4 Fonctions à variables réelles	19
<b>Chapitre premier. Les espaces métriques</b>	<b>31</b>
1 Espaces métriques	31
2 Boules dans un espace métrique	33
3 Espaces vectoriels normés (e.v.n.)	34
4 Espaces euclidiens et préhilbertiens réels	39
5 Comparaison métrique des distances	43
6 Applications lipschitziennes	45
<b>Chapitre II. Du métrique au topologique</b>	<b>49</b>
1 Suites convergentes	49
2 Comparaison topologique des distances (I)	54
3 Applications continues (I)	55
4 Applications linéaires continues	59
<b>Chapitre III. La topologie des espaces métriques</b>	<b>65</b>
1 Topologie des espaces métriques (I)	65
2 Topologie des espaces métriques (II)	69
3 Voisinages, bases de voisinages	72
4 Comparaison topologique des distances (II)	74
<b>Chapitre IV. La classe des espaces métriques</b>	<b>77</b>
1 Limite d'une application	77
2 Applications continues (II)	80
3 Topologie induite	82
4 Topologie produit	87
<b>Chapitre V. Les espaces métriques compacts</b>	<b>93</b>
1 Espaces métriques compacts (I)	93
2 Espaces métriques compacts (II)	99
3 Espaces métriques localement compacts	105
<b>Chapitre VI. Les espaces métriques complets</b>	<b>109</b>
1 Applications uniformément continues	109
2 Comparaison uniforme des distances	112
3 Suites de Cauchy	113
4 Espaces métriques complets	116
5 Complétion métrique	123

<b>Chapitre VII. Les espaces de Banach</b>	<b>127</b>
1 Espaces de Banach	127
2 Complétion normée	128
3 Séries dans un espace de Banach	130
4 Séries dans une algèbre de Banach	132
5 Exponentielles dans une algèbre de Banach	135
6 Exponentielles d'endomorphismes et de matrices	136
<b>Chapitre VIII. Les espaces de Hilbert</b>	<b>139</b>
1 Espaces hilbertiens	139
2 Complétion hilbertienne	141
3 Bases hilbertiennes	143
4 Espaces préhilbertiens séparables	144
5 Séries de Fourier	148
<b>Chapitre IX. Les espaces métriques connexes</b>	<b>153</b>
1 Ensembles convexes	153
2 Espaces métriques connexes par arcs	154
3 Espaces métriques connexes	158
<b>Epilogue</b>	<b>167</b>
<b>Solutions</b>	<b>173</b>
* Chapitre premier	173
* Chapitre II	177
* Chapitre III	181
* Chapitre IV	184
* Chapitre V	188
* Chapitre VI	191
* Chapitre VII	195
* Chapitre VIII	197
* Chapitre IX	199
<b>Index</b>	<b>203</b>
1 Symboles	203
2 Quelques espaces homéomorphes ou non	205
3 Terminologie	205
<b>Bibliographie</b>	<b>211</b>