



Analyse de Fourier dans les espaces fonctionnels : niveau M1

Mohammed EL Amrani

Amrani, Mohammed el-

Ellipses, Paris

Universités. Mathématiques

ISBN: 978-2-7298-3903-1

Table des Matières

Analyse de Fourier dans les espaces fonctionnels

Mohammed El Amrani

Ellipses

1 Espaces de Hilbert	1
1 Espaces préhilbertiens	1
2 Espaces de Hilbert	9
3 Familles orthonormales. Familles sommables	28
4 Bases hilbertiennes	36
5 Polynômes orthogonaux	40
6 Indications sur les exercices du chapitre 1	54
7 Solutions des exercices du chapitre 1	57
2 Convolution et régularisation	73
1 Translation dans $(\dots)^p(\mathbb{R}^d)$	73
2 Produit de convolution	75
3 Approximation de l'unité dans $L^1(\mathbb{R}^d)$	85
4 Régularisation	89
5 Indications sur les exercices du chapitre 2	97
6 Solutions des exercices du chapitre 2	99
3 Transformation de Fourier et applications	109
1 Transformation de Fourier dans $L^1(\mathbb{R}^d)$	109
2 Transformation de Fourier dans $L^2(\mathbb{R}^d)$	122
3 Transformation de Fourier dans $(\dots)(\mathbb{R}^d)$	132
4 Transformation de Fourier dans $H^s(\mathbb{R}^d)$	136
5 Transformées de Fourier holomorphes	139
6 Exemples d'applications	142
7 Indications sur les exercices du chapitre 3	153
8 Solutions des exercices du chapitre 3	156
4 Séries de Fourier et applications	169
1 Aspects historiques	169
2 Notations et résultats préliminaires	170
3 Séries trigonométriques et séries de Fourier	173
4 Rappels sur quelques modes de convergence	181
5 Noyaux trigonométriques	184
6 Principaux résultats de convergence	188

7	Ordre de grandeur des coefficients de Fourier	201
8	Transformation de Fourier sur le tore T^d	204
9	Bases d'ondelettes	207
10	Exemples d'applications des séries de Fourier	210
11	Indications sur les exercices du chapitre 4	223
12	Solutions des exercices du chapitre 4	225
5	Exercices de révision et de synthèse	235
1	Énoncés des exercices de révision et de synthèse	235
2	Indications sur les exercices de révision et de synthèse	260
3	Solutions des exercices de révision et de synthèse	274
A	Transformations de type Fourier	365
1	Transformation de Fourier discrète	365
2	Transformation de Laplace	368
3	Transformation de Mellin	379
4	Transformation de Hankel	383
5	Analyse de Fourier sur les groupes abéliens finis	388
B	Mesures et intégration	397
1	Tribus et mesures	397
2	La mesure de Lebesgue	399
3	Applications et fonctions mesurables	401
4	Intégrale de Lebesgue	404
5	Théorème de la convergence dominée et applications	409
6	Intégrale de Riemann et intégrale de Lebesgue	414
7	Les espaces $(\dots)^D$ et L^D	416
8	Intégration par rapport à une mesure produit	420
9	Dualité dans les espaces L^D	427
	Bibliographie	429
	Index	433