l'intègre

Jean-Marie Monier

## ANALYSE MP





- Un cours conforme au programme
- Des exercices-types résolus
- Les méthodes à retenir
- De nombreux exercices et problèmes corrigés

5° édition



## Table des matières

## Cours

	CHAPITRE 1	Espa	ces vectoriels normés	3
	1.1	1.1 Vocabulaire de la topologie d'un espace vectoriel no		Agenda de la companya
		1.1.1	Norme, distance associée	4
		1.1.2	Boules, sphères	11
		1.1.3	Parties bornées d'un evn	13
		1.1.4	Voisinages	14
		1.1.5	Ouverts, fermés	15
		1.1.6	Comparaison de normes	19
		1.1.7	Intérieur, adhérence, frontière	26
		1.1.8	Distance d'un point à une partie non vide d'un evn	29
		1.1.9	Suites dans un evn	31
	1.2	Limit	es, continuité	39
		1.2.1	Limites	39
		1.2.2	Continuité	42
		1.2.3	Continuité uniforme	49
		1.2.4	Applications lipschitziennes	49
		1.2.5	Applications linéaires continues	52
	1.3	Com	pacité	58
		1.3.1	Généralités	58
		1.3.2	Cas de la dimension finie	62
	1.4	Com	olétude	66
		1.4.1	Suites de Cauchy	66
		1.4.2	Parties complètes	68
		1.4.3	Supplément : théorème du point fixe	71
	1.5	Conn	exité par arcs	72
	1.6	Espaces préhilbertiens		76
		1.6.1	Produit scalaire	76
		1.6.2	Inégalités, normes euclidiennes	79
		1.6.3	Orthogonalité	83
		1.6.4	Procédé d'orthogonalisation de Schmidt	88
		1.6.5	Projection orthogonale sur un sous-espace vectoriel	
			de dimension finie	90
		1.6.6	Norme d'un endomorphisme d'un espace euclidien	95
		Problèr	mes	98

CHAPITRE 2	Fonctions vectorielles d'une variable réelle	99
2.1	Généralités	100
	2.1.1 Structure de $E^X$ 2.1.2 Parité 2.1.3 Périodicité 2.1.4 Applications bornées 2.1.5 Limites 2.1.6 Continuité par morceaux	100 101 102 103 105 106
2.2	Dérivation	109
	<ul> <li>2.2.1 Dérivée en un point</li> <li>2.2.2 Propriétés algébriques des applications dérivables en un point</li> <li>2.2.3 Application dérivée</li> <li>2.2.4 Dérivées successives</li> <li>2.2.5 Classe d'une application</li> <li>2.2.6 Dérivation des fonctions à valeurs matricielles</li> </ul>	109 110 112 115 116 120 121
2.3	Intégration sur un segment	122
	<ul> <li>2.3.1 Intégration des applications en escalier sur un segment</li> <li>2.3.2 Suites d'applications (première étude)</li> <li>2.3.3 Approximation uniforme par des applications en escalier ou par des applications affines par morceaux et continues</li> </ul>	122 124 127
	2.3.4 Intégration des applications continues par morceaux sur un segment 2.3.5 Sommes de Riemann 2.3.6 Intégration et dérivation 2.3.7 Inégalité des accroissements finis 2.3.8 Changement de variable 2.3.9 Intégration par parties 2.3.10 Formule de Taylor avec reste intégral 2.3.11 Théorème de relèvement	129 135 136 139 142 143 145
2.4	Comparaison locale	148
	2.4.1 Prépondérance, domination 2.4.2 Équivalence 2.4.3 Développements limités vectoriels Problèmes	148 150 151 152
CHAPITRE 3	Intégration sur un intervalle quelconque	153
3.1	Fonctions intégrables à valeurs réelles positives ou nulles	Section of the sectio
	<ul> <li>3.1.1 Définition</li> <li>3.1.2 Propriétés algébriques</li> <li>3.1.3 Intégrabilité sur un intervalle semi-ouvert</li> </ul>	154 156 158
3.2	Pronctions intégrables à valeurs réelles ou complexes	165
	<ul> <li>3.2.1 Généralités</li> <li>3.2.2 Propriétés</li> <li>3.2.3 Intégrabilité sur un intervalle semi-ouvert ou ouvert</li> </ul>	165 167 173

	5.2	Approximation des fonctions d'une variable réelle	307
		5.2.1 Approximation par des fonctions en escalier ou affines par morceaux et continues	307
		5.2.2 Approximation par des polynômes	307
		5.2.3 Approximation par des polynômes trigonométriques	312
	5.3	Séries d'applications	Something of the state of the s
		5.3.1 Convergences	314
		5.3.2 Convergence uniforme et limite	325
		5.3.3 Convergence uniforme et continuité	326
		5.3.4 Convergence uniforme et intégration sur un segment	330
		5.3.5 Convergence uniforme et dérivation	334
		5.3.6 Convergence d'une série d'applications	
		et intégration sur un intervalle quelconque	341
		Problèmes	345
CHAPITRE 6	eleganistation	Séries entières	351
	6.1	Rayon de convergence	352
		6.1.1 Notion de série entière	352
		6.1.2 Rayon de convergence et somme d'une série entière	352
		6.1.3 Comparaisons de rayons	355
		6.1.4 Règle de d'Alembert	356
	6.2	Opérations sur les séries entières	367
		6.2.1 Structure vectorielle	367
		6.2.2 Dérivation	368
		6.2.3 Produit de deux séries entières	369
	6.3	Convergence	371
	6.4	Régularité de la somme d'une série entière	372
	6.5	Développements en série entière	376
		6.5.1 Généralités	376
		6.5.2 Opérations sur les fonctions développables en série entière	378
		6.5.3 DSE(0) usuels	381
	6.6	Fonctions usu'elles d'une variable complexe	395
		6.6.1 L'exponentielle complexe	395
		6.6.2 Fonctions circulaires directes	398
		6.6.3 Fonctions hyperboliques directes	399
		Problèmes	402
CHAPITRE 7		Séries de Fourier	403
	7.1	Généralités	404
	7.8	7.1.1 Ensemble $\mathcal{CM}_T$	
		7.1.1 Ensemble $CM_T$ 7.1.2 Coefficients de Fourier d'un élément de $CM_T$	404 405
		7.1.2 Coefficients de Fourier d'un élément de $\mathcal{CM}_T$	409
			.07

412

412

Structure préhilbertienne

7.2.1

Espace préhilbertien  $\mathcal{D}_T$ 

	<ul> <li>9.1.5 Inégalité des accroissements finis</li> <li>9.1.6 C¹-difféomorphismes</li> <li>9.1.7 Exemples de résolution d'équations aux dérivées partielles du premier ordre</li> </ul>	509 512 515
9.2	Dérivées partielles successives	52
	<ul> <li>9.2.1 Définition</li> <li>9.2.2 Applications de classe C<sup>k</sup> sur un ouvert</li> <li>9.2.3 Interversion des dérivations</li> <li>9.2.4 C<sup>k</sup>-difféomorphismes</li> <li>9.2.5 Exemples de résolution d'équations aux dérivées partielles d'ordre ≥ 2</li> </ul>	521 522 523 527
9.3	Extremums des fonctions numériques de plusieurs variables réelles	533
	<ul> <li>9.3.1 Définitions</li> <li>9.3.2 Étude à l'ordre 1</li> <li>9.3.3 Étude à l'ordre 2</li> <li>9.3.4 Extremums globaux</li> </ul>	533 534 534 540
9.4	Fonctions implicites	543
9.5	Formes différentielles	546
	<ul> <li>9.5.1 Définition</li> <li>9.5.2 Formes différentielles exactes</li> <li>9.5.3 Formes différentielles fermées</li> <li>Problème</li> </ul>	546 546 547 552

## Solutions des exercices

Chapitre 1	554
Chapitre 2	574
Chapitre 3	584
Chapitre 4	618
Chapitre 5	648
Chapitre 6	701
Chapitre 7	723
Chapitre 8	738
Chapitre 9	757
Index des notations	777
Index alphabétique	779