

VUIBERT

MATHÉMATIQUES

ANALYSE
COURS & EXERCICES



WARUSFEL ATTALI COLLET GAUTIER NICOLAS

Sommaire

	Préface	vii
	Avant-propos	ix
	Programme officiel	xi
Interchapitre	Décryptage historique	1
	1 Suites réelles	16
	2 Fonctions et limites	57
	3 Dérivation	95
Interchapitre	Décryptage historique	133
	4 Exponentielle	137
	5 Logarithme népérien	172
	6 Exponentielles, logarithmes et puissances	233
Interchapitre	Décryptage historique	255
	7 Intégration	266
	8 Équations différentielles	323
	Complémentes d'analyse	334
	Index	344

Table des matières

Interchapitre Décryptage historique

1

Qu'est-ce qu'une limite ?	2
Comment déterminer une tangente	5
Suites et convergence	7
Cauchy, enfin	9
Qu'est-ce qu'une fonction continue ?	11
Différentielle et dérivée d'une fonction en un point	12

1 | Suites réelles

16

A. Suites réelles	16
C. Limite d'une suite	21
C. Couples de suites adjacentes	25
<i>Exercices de mise en œuvre</i>	27
<i>Exercices</i>	40
<i>Problèmes</i>	42

2 | Fonctions et limites

57

A. Limites finies d'une fonction	57
B. Limite infinie	61
C. Fonctions continues	66
D. Fonctions continues sur un intervalle	70
<i>Exercices de mise en œuvre</i>	75
<i>Exercices</i>	82
<i>Problèmes</i>	85

3 | Dérivation

95

A. Calcul différentiel	95
B. Propriétés de la dérivation	101
C. Dérivation et monotonie	105
D. Tangente en un point d'une courbe d'équation $y = f(x)$	107
E. Composition des dérivations	109
F. Dérivation et fonctions trigonométriques	113
<i>Exercices de mise en œuvre</i>	116
<i>Exercices</i>	128
<i>Problèmes</i>	129

Interchapitre Décryptage historique	133
L'équation de Descartes	133
Les équations différentielles pour comprendre l'univers	134
La méthode de résolution approchée d'Euler	135
4 Exponentielle	137
A. Équation différentielle $y' = y$, $y(0) = 1$	137
B. Équation fonctionnelle de la fonction exponentielle	143
C. Variations de la fonction exponentielle	145
D. Représentation graphique de l'exponentielle	148
E. Deux fonctions liées à l'exponentielle	150
<i>Exercices de mise en œuvre</i>	152
<i>Exercices</i>	159
<i>Problèmes</i>	161
<i>Baccalauréat</i>	164
5 Logarithme népérien	172
A. Définition par primitivation	172
B. Propriété caractéristique du logarithme	173
C. Lien avec l'exponentielle	176
D. Étude de la fonction logarithme	178
<i>Exercices de mise en œuvre</i>	183
<i>Exercices</i>	200
<i>Problèmes</i>	206
<i>Baccalauréat</i>	213
6 Exponentielles, logarithmes et puissances	223
A. Logarithme de base a	224
B. Exponentielle de base a	227
C. Fonctions puissances et racines n -ièmes	230
D. Comparaison d'exponentielles, logarithmes et puissances	233
<i>Exercices de mise en œuvre</i>	236
<i>Exercices</i>	246
<i>Problèmes</i>	248
<i>Baccalauréat</i>	251
Interchapitre Décryptage historique	255
Euler, qui met tout en place	256
Napier, l'inventeur	258
Lire Napier aujourd'hui	260
Népériens ou décimaux	261
Bürgi, le second père	263

7 	Intégration	266
	A. Aire sous une courbe	266
	B. Intégrale d'une fonction continue	270
	C. Intégration et dérivation	279
	D. Deux applications de l'intégration	286
	<i>Exercices de mise en œuvre</i>	287
	<i>Exercices</i>	301
	<i>Problèmes</i>	304
8 	Équations différentielles	323
	A. Équations $y' = ay$, $y(0) = c$	323
	B. Équations $y' = ay + b$, $y(0) = c$	324
	C. Équations $y'' + \omega^2 y = 0$, $y(0) = a$, $y'(0) = b$	325
	<i>Exercices de mise en œuvre</i>	326
	<i>Exercices</i>	330
	<i>Problèmes</i>	331
	Complémentes d'analyse	334
	A. Un lemme fondamental	335
	B. Équation $y' = 0$, $y(0) = c$	335
	C. Unicité de la solution de l'équation $y'' + \omega^2 y = 0$ (ω non nul)	336
	D. Inéquations $y' \geq 0$, $y' \leq 0$	336
	E. Fonctions continues sur un segment	337
	F. Éléments pour une résolution directe de l'équation $y' = 1/x$	339