

MATHÉMATIQUES à l'Université

Exercices et problèmes corrigés

Collection dirigée par
Charles-Michel Marle
Philippe Pilibossian

Analyse fonctionnelle

 *niveau M1*

Bertrand Maury

 ellipses

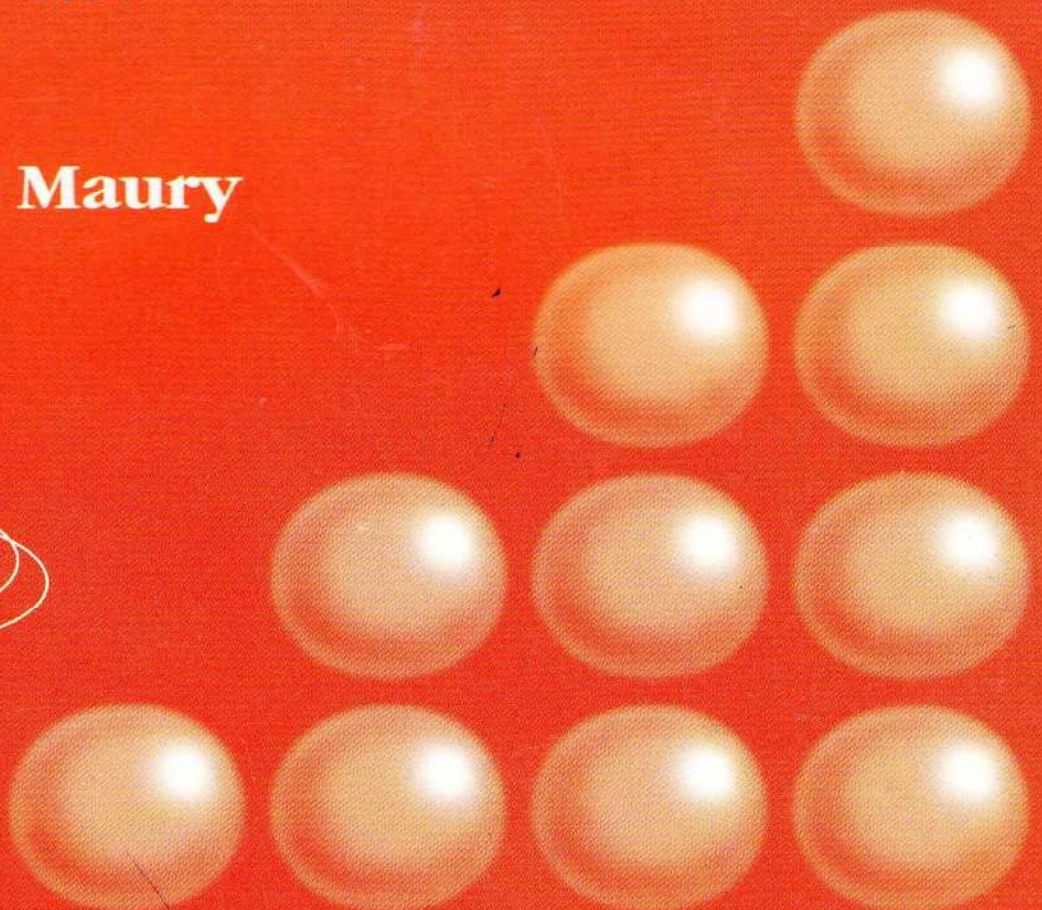


Table des matières

I Rappels de cours		1
1	Espaces métriques, espaces vectoriels normés	1
	1.1. Espaces métriques	1
	1.2. Espaces vectoriels normés	2
2	Complétude	2
3	Convexité	4
	3.1. Définitions	4
	3.2. Théorèmes de Hahn-Banach	4
	3.3. Fonctions convexes s.c.i.	5
4	Convergence faible, espaces réflexifs	6
	4.1. Définitions	6
	4.2. Extraction de sous-suites faiblement convergentes	7
	4.3. Convergence faible et convexité	7
	4.4. Opérateurs compacts	7
5	Espaces de Hilbert	8
	5.1. Définitions, propriétés	8
	5.2. Théorème de Lax-Milgram	9
6	Espaces L^p	10
7	Espaces de Sobolev	11
	7.1. L'espace de Sobolev $H^1(\Omega)$	11
	7.2. Cas particulier de la dimension 1	12
II Exercices		13
1	Espaces métriques, espaces vectoriels normés	13
2	Complétude	13
3	Convexité	14
4	Convergence faible, espaces réflexifs	15
5	Espaces de Hilbert	15
6	Espaces L^p	16
7	Espaces de Sobolev	16
III Corrigés des exercices		17
1	Espaces métriques, espaces vectoriels normés	17
2	Complétude	19
3	Convexité	20
4	Convergence faible, espaces réflexifs	23
5	Espaces de Hilbert	24
6	Espaces L^p	26
7	Espaces de Sobolev	27

IV Problèmes	29
1 Extraction diagonale	29
2 Espaces ℓ^p	30
3 Dual d'un s.e.v fermé	32
4 Dual d'un s.e.v dense	33
5 Mesures, fonctions à variation bornée	34
6 Convexifiée	36
7 Cône polaire	37
8 Formulation point-selle	40
9 Cône asymptote	43
10 Problème adjoint	44
11 Méthode de pénalisation	46
12 Pénalisation : formulation abstraite	48
13 Homogénéisation	50
14 Perturbation singulière	52
15 Théorème de Browder	54
16 De Brouwer à Schauder	55
17 Balayage d'une mesure	57
18 Dégénérescence d'ellipticité	58
19 Introduction à la méthode des éléments finis	60
20 Questions croisées, extensions	62
V Corrigés des problèmes	63
1 Extraction diagonale	63
2 Espaces ℓ^p	65
3 Dual d'un s.e.v fermé	71
4 Dual d'un s.e.v dense	72
5 Mesures, fonctions à variation bornée	74
6 Convexifiée	80
7 Cône polaire	81
8 Formulation point-selle	89
9 Cône asymptote	96
10 Problème adjoint	99
11 Méthode de pénalisation	100
12 Pénalisation : formulation abstraite	103
13 Homogénéisation	106
14 Perturbation singulière	109
15 Théorème de Browder	116
16 De Brouwer à Schauder	118
17 Balayage d'une mesure	119
18 Dégénérescence d'ellipticité	122
19 Introduction à la méthode des éléments finis	128
20 Questions croisées, extensions	131