





HAMEIDA
Ali

BIBI
Adelouahab

ANALYSE

Tome I

Cours et Exercices corrigés

-  *Les nombres réels*
-  *Les suites numériques*
-  *Les séries numériques*
-  *Exercices avec Solutions*

Les
Mathématiques
à
l'Université

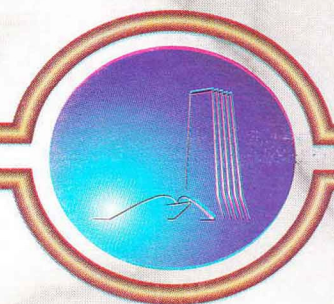


TABLE DES MATIERES

CHAPITRE 1

LES NOMBRES REELS	1
Introduction	1
Structure algébrique de l'ensemble	3
Définitions axiomatiques de l'ensemble des nombres réels :	3
Notion de valeur absolue	5
Ensembles bornés	6
Théorème de la borne supérieure	9
Principe d'Archimède	10
Structure topologique de l'ensemble	12
Intervalles	12
Voisinages	14
Partie entière	15
Ensemble dense dans \mathbb{R}	16
Point d'accumulation	18
Théorème de Bolzano-Weierstrass	20
L'ensemble $\overline{\mathbb{R}}$	21
Exercices corrigés	21
Solution des exercices	24
Exercices non corrigés	35

CHAPITRE 2

SUITES NUMERIQUES	41
Généralités	41
Egalité de deux suites	43
Opérations sur les suites	43
Suites bornées	43
Suites monotones	44
Convergence et divergence	47
Commentaires et conséquences	50
Utilisation et manipulation de la définition	51
Propriétés	56
Opération sur les suites convergentes	59
Limites et ordre	71
Théorème d'encadrement	73
Suites extraites	77
Convergence des suites monotones	81
Suites adjacentes	83
Suites de Cauchy	88
Suites récurrentes	93
Le cas où f est une fonction croissante	95
Le cas où f est une fonction décroissante	97
Le cas où la fonction f vérifie:	99
Recurrences homographiques	100
Recurrences linéaires	100
Suites complexes	101
Exercices corrigés	105
Solution des exercices	112
Exercices non corrigés	151

CHAPITRE 3

SÉRIES NUMÉRIQUES	155
Généralités	155
Séries à termes complexes	157
La série géométrique	158
Condition nécessaire de convergence	159
Exemple important : La série harmonique	160
Critère de convergence de Cauchy	161
Reste d'une série convergente	163
Opérations sur les séries	163
Séries à termes positifs	169
Série et intégrale	169
Exemple important : Série de Riemann	171
Critère de Cauchy pour les séries à terme général décroissant	172
Comparaison des séries à termes positifs	174
Théorème de comparaison	174
Règles usuelles de convergence	179
Règle de Riemann	179
Exemple : Série de Bertrand	180
Règle de Cauchy	181
Règle de d'Alembert.....	184
Comparaison entre les règles de d'Alembert et de Cauchy	187
Règle de Raabe et Duhamel.....	190
Séries numériques à termes quelconques	194
Séries alternées	196
Série absolument convergente et	198
série semi-convergente	198
Règle de convergence absolue de Cauchy	200
Règle de convergence absolue de d'Alembert	200
Propriété des séries absolument convergentes	201
Associativité et commutativité des séries	205
Sommutations par paquets	205
Convergence commutative d'une série	209
Produit de Cauchy des séries	212
Exercices corrigés	218
Solution des exercices.....	222
Exercices non corrigés	244