



Toute l'analyse de la licence : cours et exercices corrigés

Jean-Pierre Escofier

Escofier, Jean-Pierre

Dunod, Paris

Sciences sup

ISBN: 978-2-10-058917-3

## Table des Matières

Toute l'analyse de la Licence

Cours et exercices corrigés

Jean-Pierre Escofier

Dunod

Avant-propos	IX
Chapitre 1 ▣ Prérequis à ne pas oublier	
1.1 Alphabet grec	1
1.2 Formules d'algèbre	1
1.3 Rappels de trigonométrie	4
1.4 Relations d'équivalence et d'ordre	8
1.5 Écriture de formules	10
1.6 Inégalité triangulaire	13
Exercices corrigés	13
Chapitre 2 ▣ Des fonctions entre ensembles	
2.1 Histoire de la notion de fonction	21
2.2 Fonctions d'un ensemble dans un autre	23
2.3 Fonctions de variable réelle	27
Exercices corrigés	29
Chapitre 3 ▣ Les nombres réels	
3.1 Définition et propriétés des nombres réels	31
3.2 Majorants, minorants, bornes supérieures et inférieures	39
3.3 Fonctions croissantes et décroissantes sur (...)	42
3.4 Les nombres, histoires anciennes	43
3.5 Construction des nombres réels	45
3.6 Problèmes de cardinaux	48
Exercices corrigés	51
Chapitre 4 ▣ Nombres complexes	
4.1 Résolution de l'équation du troisième degré	57
4.2 Une construction des nombres complexes	60
4.3 Propriétés de (...)	61
4.4 Forme trigonométrique et notation exponentielle	65
4.5 Nombres complexes de module 1	69
4.6 Extraction de racines	71
4.7 Nombres complexes et transformations géométriques	74

Exercices corrigés	77
Chapitre 5 $\mu$ Suites numériques	
5.1 Suites	85
5.2 Limite d'une suite de nombres réels	87
5.3 Limites d'une somme, d'un produit, d'un quotient de suites	90
5.4 Suites croissantes majorées, suites adjacentes	95
5.5 Théorème de Bolzano-Weierstrass (BW)	98
5.6 Un peu d'histoire	98
5.7 Critère de Cauchy pour les suites	101
5.8 Suites de nombres complexes	102
Exercices corrigés	104
Chapitre 6 $\mu$ Fonctions de variable réelle continues	
6.1 Un peu d'histoire	113
6.2 Limite d'une fonction en un point	114
6.3 Limites et inégalités	118
6.4 Limites d'une somme, d'un produit, d'un quotient de fonctions	120
6.5 Fonctions équivalentes	122
6.6 Limites de fonctions monotones	124
6.7 Continuité	125
6.8 Le théorème des valeurs intermédiaires (TVI)	129
6.9 Image d'un intervalle par une fonction continue	133
6.10 Fonctions continues strictement monotones	134
6.11 La fonction arc sinus	136
6.12 La fonction arc cosinus	138
6.13 La fonction arc tangente	140
6.14 Les fonctions $x \dots x^a$	141
6.15 Continuité uniforme	143
Exercices corrigés	144
Chapitre 7 $\mu$ Fonctions dérivables	
7.1 Dérivabilité et dérivée	157
7.2 Approximation par une fonction affine	162
7.3 Formules	165
7.4 Dérivation d'une fonction réciproque	167
7.5 Dérivées successives	170
7.6 Sens de variation et signe de la dérivée	172
7.7 Théorème de Rolle et théorème des accroissements finis (TAF)	174
7.8 Signe de la dérivée et sens de variation	179
7.9 Autour de la règle de l'Hospital	182
7.10 Fonctions convexes	184
7.11 Étude des branches infinies	189
7.12 Étude des fonctions numériques	190
7.13 Majoration de l'erreur dans l'interpolation de Lagrange	193

7.14 Pierre de Fermat (1607 ? - 1665) et les débuts de l'analyse	195
Exercices corrigés	198
Chapitre 8 $\sphericalangle$ Suites récurrentes	
8.1 Suites définies par récurrence	213
8.2 Exemple de (...)	215
8.3 Exemple de (...)	217
8.5 Interpolation linéaire pour le calcul d'une racine	219
8.6 Théorème du point fixe	221
8.7 Calcul de (...)	225
8.8 Un peu d'histoire	227
8.9 Méthode de Newton	230
8.10 Sur la route du chaos	233
8.11 Qu'on aimerait voir Syracuse résolu	237
Exercices corrigés	238
Chapitre 9 $\sphericalangle$ Logarithme et exponentielle	
9.1 La fonction logarithme népérien	245
9.2 Un peu d'histoire	248
9.3 Calcul d'un logarithme décimal à l'aide d'une table	253
9.4 La fonction exponentielle	255
9.5 Exponentielle et puissances	257
9.6 Limites importantes	259
9.7 Sinus et cosinus hyperbolique et leurs fonctions réciproques	261
Exercices corrigés	265
Chapitre 10 $\sphericalangle$ L'intégrale de Riemann	
10.1 Introduction	279
10.2 Histoire de la construction des intégrales	279
10.3 Intégration des fonctions étagées	286
10.4 Propriétés de l'intégrale des fonctions étagées	288
10.5 Sommes de Darboux	291
10.6 L'intégrale de Riemann	293
10.7 Propriétés de l'intégrale de Riemann	294
10.8 Exemples de fonctions Riemann-intégrables	297
10.9 Autres propriétés	302
10.10 Fonctions à valeurs complexes	303
10.11 Sommes de Riemann	305
10.12 Bernhard Riemann (1826-1866)	307
Chapitre 11 $\sphericalangle$ Primitives et intégrales	
11.1 Le théorème fondamental pour les fonctions continues	309
11.2 Un peu d'histoire : Newton, Leibniz, Jean Bernoulli	313
11.3 Formulaire	314
11.4 Formules d'intégration par parties (IPP)	316
11.5 Changement de variable	317

11.6 Calcul des primitives de fractions rationnelles	321
11.7 Terence (Terry) Tao (né le 17 juillet 1975)	323
11.8 Calcul numérique d'intégrales	324
11.9 Intégrales généralisées	331
11.10 Vers une première construction rigoureuse du sinus, du cosinus et de pi	340
Exercices corrigés	342
Chapitre 12 ▫ Formules de Taylor et applications	
12.1 Formule de Taylor avec reste intégral	367
12.2 Formule de Taylor locale dite de Taylor-Young	374
12.3 Développements limités	376
12.4 Formulaire	378
12.5 Calculs avec des DL	380
12.6 Applications des DL	385
12.7 Comportements à l'infini	387
Exercices corrigés	389
Chapitre 13 ▫ Équations différentielles du premier ordre	
13.1 Introduction	403
13.2 Un peu d'histoire	406
13.3 Équations différentielles linéaires (EDL) d'ordre 1	408
13.4 Résolution de $a(x)y' + b(x)y = c(x)$	413
13.5 ED se ramenant à une EDL	415
13.6 ED à variables séparables	416
13.7 Autour de l'équation $y' = ay$ avec $a$ réel	417
13.8 Miroir, mon beau miroir	420
13.9 Méthodes numériques	422
Exercices corrigés	425
Chapitre 14 ▫ Courbes en coordonnées paramétriques ou polaires	
14.1 Courbes paramétrées	435
14.2 Tangente en un point d'une courbe paramétrée	437
14.3 Étude des branches infinies	441
14.4 La cardioïde	442
14.5 Courbes en polaires	443
14.6 Planètes et comètes autour du Soleil	446
14.7 Arcs géométriques et arcs paramétrés	455
14.8 Théorème de relèvement	457
14.9 Longueur d'un arc	459
14.10 La chaînette	466
Exercices corrigés	468
Chapitre 15 ▫ Séries numériques	
15.1 Généralités	481
15.2 Convergence et divergence	482
15.3 Exemples	485

15.4 Séries à termes positifs	488
15.5 Séries à termes réels ou complexes quelconques	500
Exercices corrigés	513
Chapitre 16 ▣ Séries entières	
16.1 Séries de fonctions et convergence uniforme	531
16.2 Séries entières	540
16.3 Détermination du rayon de convergence	545
16.4 Convergence au bord du disque de convergence	548
16.5 Dérivation et intégration des séries entières	549
16.6 Développement en série entière d'une fonction	551
16.7 Exemples de développements en série entière d'une fonction	554
16.8 Produit et composition de séries entières	557
16.9 La fonction exponentielle	559
16.10 Formule du binôme	564
16.11 Calcul des logarithmes	568
16.12 Séries génératrices	570
Exercices corrigés	573
Bibliographie	586
Index	589

